

10025 - GD2 - GEOMETRIA DIFERENCIAL 2//GEOMETRIA DIFERENCIAL

Unitat responsable: 200 - FME - Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 743 - MA IV - Departament de Matemàtica Aplicada IV
Curs: 2008
Titulació: LLICENCIATURA DE MATEMÀTIQUES (Pla 1992). (Unitat docent Obligatòria)
ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ (Pla 1992). (Unitat docent Optativa)
MÀSTER EN ENGINYERIA MATEMÀTICA (Pla 2006). (Unitat docent Optativa)
MÀSTER EN MATEMÀTICA APLICADA (Pla 2006). (Unitat docent Optativa)
DOCTORAT EN MATEMÀTICA APLICADA, PLA 2005 (Pla 2007). (Unitat docent Optativa)
Crèdits: 7,5 Idiomes docència: Català

Professors

Responsable: GRACIA SABATE, FRANCESC XAVIER
Altres: PADRO LAIMON, CARLES

Objectius generals de l'assignatura

Les varietats diferenciables es troben pertot: apareixen en diverses branques de la matemàtica (començant pel nivell més elemental de les corbes i superfícies), en la física teòrica (i molt especialment en la mecànica) i en nombroses aplicacions científiques i tècniques de les matemàtiques.

Les varietats diferenciables són espais localment semblants a l'espai euclidià, on es pot fer càlcul diferencial. Aquest càlcul es pot fer mitjançant coordenades, però no ha de dependre de les coordenades utilitzades (diem que ha de ser intrínsec o geomètric). Per això cal bastir una teoria que permeti treballar directament amb conceptes geomètrics.

El curs és una introducció a les varietats diferenciables, i és bàsic per a estudis més avançats tant de caràcter pur (com ara les geometries riemanniana i simplèctica) o aplicat (com ara mecànica o teoria de control).

Més detalladament, els objectius són:

- * Dominar els conceptes bàsics: varietat diferenciable, aplicació diferenciable, espais tangent i cotangent, aplicació tangent, subvarietats, camps vectorials i 1-formes diferencials, camps tensorials, etc.
- * Calcular amb els objectes esmentats, tant en coordenades com de forma intrínseca.
- * Entendre la interpretació geomètrica dels objectes estudiats i relacionar-los amb els estudiats prèviament dins les assignatures de Càlcul 2, Càlcul 3, Geometria Diferencial 1 i Equacions Diferencials 1.

Capacitats a adquirir:

Continguts

Varietats diferenciables

Cartes, atlas, i estructures diferenciables.
Aplicacions diferenciables, difeomorfismes.
Funcions altiplà.
Particions de la unitat.

10025 - GD2 - GEOMETRIA DIFERENCIAL 2//GEOMETRIA DIFERENCIAL

Vectors tangents i cotangents

Vectors tangents, espai tangent.
Aplicació tangent.
Vector tangent d'un camí en un punt.
Vectors cotangents, espai cotangent
Diferencial d'una funció en un punt.

Subvarietats

Subvarietats regulars.
Restricció i extensió d'aplicacions.
Rang d'una aplicació.
Immersiones i submersions.
Subvarietats immerses. Immersiones difeomorfes.

Fibrats tangent i cotangent

El fibrat tangent d'una varietat.
Camps vectorials.
Parèntesi de Lie de camps vectorials.
El fibrat cotangent d'una varietat.
1-formes diferencials.
Dualitat entre camps vectorials i 1-formes diferencials.

Equacions diferencials i fluxos

Equacions diferencials en una varietat.
Flux d'un camp vectorial.
Grups uniparamètrics de transformacions.
Derivada de Lie de funcions i de camps vectorials.

Camps tensorials

Camps tensorials en una varietat, i operacions amb aquests camps.
Formes diferencials i diferencial exterior.
Derivada de Lie de camps tensorials.

10025 - GD2 - GEOMETRIA DIFERENCIAL 2//GEOMETRIA DIFERENCIAL

Algunes aplicacions

Introducció als grups de Lie, la geometria riemanniana, la geometria simplèctica, els sistemes diferencials i la integració en varietats.

Sistema de qualificació

Hi ha un examen parcial (no eliminatori) i un examen final.

La qualificació de l'assignatura s'obté a partir de l'examen final; l'examen parcial podrà servir, eventualment, per millorar la nota final.

Els exàmens poden incloure teoria i problemes.

Capacitats prèvies

* Coneixement ampli de les assignatures d'Àlgebra Lineal, Càlcul 1, Càlcul 2, Càlcul 3, Topologia, Geometria Diferencial 1 i Equacions Diferencials 1.

Metodologies docents

Teoria:

S'hi introdueixen els conceptes i resultats fonamentals de l'assignatura, acompanyats d'algun exemple rellevant.

Problemes:

Es resolen problemes il·lustratius de la teoria estudiada, i alguns problemes on s'amplien alguns conceptes.

Bibliografia

Bàsica:

Lee, J. M.. *Introduction to smooth manifolds*. Springer, 2003.

Conlon, L.. *Differentiable manifolds: a first course*. Birkhäuser, 1993.

Boothby, W. M.. *An introduction to differentiable manifolds and riemannian geometry*. Academic Press, 1986.

Warner, F. W.. *Foundations of differentiable manifolds and Lie groups*. Springer, 1983.

Spivak, M.. *A comprehensive introduction to differential geometry, vol. I*. Houston Publish or Perish, 1999.

Complementària:

Hicks, N. J.. *Notes on differential geometry*. Van Nostrand, 1971.

Berger, M.; Gostiaux, B.. *Differential geometry: manifolds, curves, and surfaces*. Springer, 1988.

Abraham, R.; Marsden, J. E.; Ratiu, T.. *Manifolds, tensor analysis, and applications*. Springer, 1988.

Girbau, J.. *Geometria diferencial i relativitat*. Publicacions de la UAB, 1993.

Curràs Bosch, C.. *Geometria diferencial: varietats diferenciables i varietats de Riemann*. Edicions Universitat de Barcelona, 2003.