

11286 - LF - Lògica i Fonamentació//Lògica

Unitat responsable: 200 - FME - Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 726 - MA II - Departament de Matemàtica Aplicada II
Curs: 2011
Titulació: LLICENCIATURA DE MATEMÀTIQUES (Pla 1992). (Unitat docent Optativa)
DOCTORAT EN MATEMÀTICA APLICADA (Pla 2005). (Unitat docent Optativa)
MÀSTER UNIVERSITARI EN MATEMÀTICA APLICADA (Pla 2006). (Unitat docent Optativa)
Crèdits: 7,5 Idiomes docència: Català

Professorat

Responsable: RAFAEL FARRÉ CIRERA
Altres: RAFAEL FARRÉ CIRERA - A

Metodologies docents

Teoria:
Explicarem la teoria.

Problemes:
Hi farem problemes.

Objectius d'aprenentatge de l'assignatura

El problema bàsic que s'aborda en aquest curs és un problema complex i actualment controvertit: la possibilitat de mecanitzar les matemàtiques. Aquest problema inclou qüestions que es troben latents en el quefer matemàtic i els seus fonaments; e.g., poden formalitzar-se completament les matemàtiques?, què és una demostració matemàtica?, quines limitacions té la demostrabilitat i el formalisme?, o inclús, què és un model d'una teoria matemàtica?

Durant el curs s'introdueix una noció formal de demostració. El resultat fonamental és el Teorema de Completesa de Gödel, el qual prova precisament que el concepte de demostració que s'introdueix és correcte (i.e., a partir d'un conjunt de propietats no es demostra res que no en sigui una conseqüència) i complet (i.e., tot el que és conseqüència d'un conjunt de propietats pot ser demostrat). En particular, aquest teorema implica que el problema de la mecanització de les matemàtiques admet una solució parcial positiva, en el sentit que el conjunt de teoremes es pot generar mecànicament. La formalització de la noció de demostració també permet obtenir un dels resultats més impactants de la matemàtica del segle XX, el Teorema d'Incompletesa de Gödel, segons el qual una sentència en la teoria de nombres formal i la seva negació poden ser indemostrables. Aquest resultat i el problema relacionat de la indecidibilitat de la lògica de primer ordre, ambdós al costat negatiu de la solució del nostre problema, es tracten també durant el curs, malgrat que superficialment.

Pel que fa a la vessant aplicada del tema, el curs tractarà d'incloure l'estudi dels aspectes bàsics de la teoria d'Herbrand i el mètode de resolució de Robinson, els quals constitueixen una part dels fonaments teòrics de la demostració automàtica de teoremes i la programació lògica.

Capacitats a adquirir:

* Entendre i dominar la lògica de primer ordre.

11286 - LF - Lògica i Fonamentació//Lògica

* Saber utilitzar-la tant en Matemàtiques com en d'altres dominis, per exemple, la informàtica.

Continguts

Introducció.

Descripció:

Conceptes de relació de conseqüència i demostració: exemples. Procés de formalització: llenguatges formals. Les qüestions de completesa i decidibilitat. El problema de la mecanització.

Sintaxi de primer ordre

Descripció:

Llenguatges de primer ordre: símbols lògics, variables i signatures. Termes i fórmules. Principis d'inducció i recursió. Variables lliures i quantificades.

Semàntica de primer ordre

Descripció:

Estructures i interpretacions. Homomorfismes i lema d'isomorfia. La relació de satisfacció. Lema de coincidència. Equivalència lògica. Definibilitat dins una estructura. Teorema de l'homomorfisme. Substitucions. Lema de substitució.

Lògica de primer ordre.

Descripció:

Relació de conseqüència. Càlculs deductius (Gentzen, Hilber, Deducció Natural, taulers o altres). Derivació en un càlcul. Conjunts consistents. Regles del càlcul. Teorema d'adequació. Teorema de Henkin. Teorema de completesa de Gödel.

Teoria de Models

Descripció:

Propietats de compacitat i Löwenheim-Skolem. Classes axiomatitzables i finitament axiomatitzables. Teories de primer ordre. Teories completes. Categoricitat i test de Los-Vaught. L'abast de la lògica de primer ordre: introducció a la teoria de conjunts.

11286 - LF - Lògica i Fonamentació//Lògica

Limitacions dels mètodes formals.

Descripció:

Decidibilitat i enumerabilitat. Teorema d'indecidibilitat de la lògica de primer ordre. Teoremes d'incompletesa de Gödel. Procediments de semidecisó per a la validesa i satisfactibilitat.

Teoria d'Herbrand i resolució.

Descripció:

Univers i estructures d'Herbrand. Formes normals i skolemització. Satisfacció de fórmules universals. Teorema d'Herbrand. Procediment de semidecisó de Gilmore. Mètode de resolució. Unificació. Completesa de la resolució amb unificació.

Programació Lògica

Descripció:

Resolució SLD. Generació de resposta. Teorema de Clark. Introducció al PROLOG.

Sistema de qualificació

L'avaluació de l'assignatura es fa a partir de tres components: una nota de problemes (pr), la nota obtinguda en un examen parcial (ep) i la nota obtinguda en un examen final (ef). L'entrega dels problemes i el parcial són voluntaris. La nota N de curs es calcularà de la manera següent:

$$N = \max \{0.1pr+0.3ep+0.6ef, 0.1pr+0.9ef\}.$$

11286 - LF - Lògica i Fonamentació//Lògica

Bibliografia

Bàsica:

- Ebbinghaus, H.D.; Flum, J.; Thomas, W. *Mathematical logic*. Springer, 1994.
- Schoenfield, R.. *Mathematical logic*. Addison-Wesley, 196.
- Schöning, U.. *Logic for computer scientists*. Birkhäuser, 1989.
- Chang, C.L.; Lee, R.C.T.. *Symbolic logic and mechanical theorem proving*. Academic Press, 1973.
- Bell, J.L.; Machover, M.. *A course in mathematical logic*. North-Holland, 1977.

Complementària:

- Nerode, A.; Shore, R.A.. *Logic for applications*. Springer, 1997.
- Cori, R. ; Lascar, D. *Logique mathématique. Cours et exercices*. Masson, 1993.
- Enderton, H.B. *A Mathematical introduction to logic*. Academic Press, 1972.
- Fitting, M.C.. *First-order logic and automated theorem proving*. Springer, 1996.
- Gallier, J.. *Logic for computer science: foundations of automated theorem proving*. Harper & Row, 1987.