

## 200121 - TOP - Topologia

Unitat responsable: 200 - FME - Facultat de Matemàtiques i Estadística  
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques  
Curs: 2015  
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Unitat docent Obligatòria)  
Crèdits ECTS: 7,5 Idiomes docència: Castellà

### Professorat

Responsable: MIGUEL ANGEL BARJA YAÑEZ

Altres:

MIGUEL ANGEL BARJA YAÑEZ - A, B, C  
MARTA CASANELLAS RIUS - B, C  
BERNAT PLANS BERENGUER - A

### Capacitats prèvies

Càlcul en una variable  
Càlcul diferencial  
Àlgebra lineal  
Geometria afi i euclidiana  
Fonaments de la matemàtica

### Competències de la titulació a les quals contribueix l'assignatura

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.

## 200121 - TOP - Topologia

10. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.

12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

### Metodologies docents

Teoria. Classes magistrals en les quals es desenvolupa tot el cos de l'assignatura. Donat que, a més d'informativa (vocabulari topològic) és una assignatura formativa, es demostren la major part dels resultats. Procurem introduir cada tema amb alguna motivació que faci referència a coneixements previs de l'estudiant, o bé a problemes de la pròpia matèria. Resultats i definicions són il·lustrats amb exemples, contra-exemples i exercicis senzills.

Les classes de problemes pretenen que l'estudiant practiqui i desenvolupi els resultats explicats a classe de teoria.

### Objectius d'aprenentatge de l'assignatura

- \* Comprendre el concepte d'espai topològic. Ús dels conceptes de base, subbase i entorn. Saber comparar topologies.
- \* Comprendre els conceptes de connexió i compacitat en espais topològics. Capacitat de comprovar aquestes propietats en exemples concrets.
- \* Comprendre el concepte d'homeomorfisme. Capacitat per definir-ne i construir-ne en exemples senzills. Capacitat per argumentar quan dos espais topològics no poden ser homeomorfs.
- \* Capacitar per a la utilització de topologies induïdes, producte i quocient. Especialment, identificació d'espais quocients via homeomorfismes i propietats universals i capacitat de treball amb aplicacions definides en espais quocient.
- \* Entendre les caracteritzacions alternatives dels conceptes topològics en els espais mètrics.
- \* Entendre els conceptes bàsics d'homotopia entre aplicacions contínues i la construcció del conjunt de classes d'homotopia  $[X, Y]$ . Entendre el concepte de tipus d'homotopia d'espais topològics. Saber identificar retractes de deformació senzills.
- \* Entendre l'estructura de grup abelià de  $H^1(X) = [X, S^1]$  i els morfismes induïts per aplicacions contínues. Càlcul quan  $X$  és contràctil o la circumferència. Entendre el concepte d'elevació de camins i homotopies i de grau.
- \* Comprendre el concepte d'índex d'una corba tancada del pla respecte al punt i la seva relació amb els conceptes de grau i d'homotopia. Saber-lo calcular.
- \* Entendre com el concepte d'índex permet demostrar els teoremes bàsics de la topologia del pla i l'esfera: Brouwer, Borsuk-Ulam, invariància de la dimensió... Capacitat d'aplicar-los a diferents situacions.
- \* Saber classificar una superfície compacta a partir de la seva superfície poligonal.

### Hores totals de dedicació de l'estudiantat

Dedicació total: 187h 30m	Hores grup gran:	45h	24.00%
	Hores grup mitjà:	0h	0.00%
	Hores grup petit:	30h	16.00%
	Hores activitats dirigides:	0h	0.00%
	Hores aprenentatge autònom:	112h 30m	60.00%

## 200121 - TOP - Topologia

### Continguts

Espais mètrics	Dedicació: 10h Grup gran: 3h Grup mitjà: 2h Aprenentatge autònom: 5h
Descripció: Boles obertes i tancades. Conjunts oberts. Aplicacions contínues. Distàncies equivalents.	
Espais topològics	Dedicació: 24h Grup gran: 7h Grup mitjà: 5h Aprenentatge autònom: 12h
Descripció: Oberts i tancats. Bases, subbases, entorns. Aplicacions contínues, homeomorfismes. El primer axioma de numerabilitat: caracterització de propietats topològiques mitjançant límit de successions. Espais de Hausdorff.	
Construcció d'espais topològics	Dedicació: 24h Grup gran: 7h Grup mitjà: 5h Aprenentatge autònom: 12h
Descripció: Subespais. Productes d'espais topològics. Espais quocient. Exemples: superfícies topològiques.	
Compacitat	Dedicació: 14h Grup gran: 4h Grup mitjà: 3h Aprenentatge autònom: 7h
Descripció: Espais compactes. Continuitat i compacitat. Teorema del valor màxim. Productes i quocients d'espais compactes. Compacitat en espais mètrics: lema del nombre de Lebesgue.	

## 200121 - TOP - Topologia

Connexió	Dedicació: 14h Grup gran: 4h Grup mitjà: 3h Aprenentatge autònom: 7h
Descripció: Espais connexos. Components connexos. Continuitat i connexió. Teorema del valor intermedi. Espais arccnexusos. Components arccnexusos.	
Introducció a l'homotopia	Dedicació: 20h Grup gran: 6h Grup mitjà: 4h Aprenentatge autònom: 10h
Descripció: Homotopia d'aplicacions contínues. Tipus d'homotopia d'un espai. Espais contràctils. Retractes de deformació. El conjunt de les classes d'homotopia $[X, Y]$ . El grup abelià $H^1(X) = [X, S^1]$ : functorialitat i invariància homotòpica. Càlcul de $H^1(S^1)$ : grau d'una aplicació, lema d'aixecament de camins i homotopies.	
Aplicacions a la topologia del pla	Dedicació: 22h Grup gran: 7h Grup mitjà: 4h Aprenentatge autònom: 11h
Descripció: Índex d'una corba tancada. Teoremes de Poincaré-Böhl i Rouché. Teorema del punt fix de Brouwer. El teorema fonamental de l'àlgebra. El teorema de Borsuk-Ulam. Invariància de la dimensió.	
Classificació de superfícies compactes	Dedicació: 22h Grup gran: 7h Grup mitjà: 4h Aprenentatge autònom: 11h
Descripció: Triangulació de superfícies compactes. Superfícies poligonals. Superfícies estàndards. Suma connexa de superfícies. Teorema de classificació. Orientació, gènere i característica d'Euler.	

## 200121 - TOP - Topologia

### Sistema de qualificació

Examen parcial no eliminadori de matèria.

Examen final que inclourà una pregunta de teoria i una part de resolució de problemes.

La nota final serà el resultat d'un màxim entre la nota de l'examen final i el resultat de considerar també la nota de l'examen parcial (amb un pes del 25%).

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

### Bibliografia

#### Bàsica:

Kosniowski, Czes. Topología algebraica. Barcelona: Reverté, 1992. ISBN 978-84-291-5098-8.

Munkres, James R. Topología. 2a ed. Madrid: Prentice-Hall, 2002. ISBN 8420531804.

Pascual Gainza, P.; Roig, A. Topologia [en línia]. Barcelona: Edicions UPC, 2004 Disponible a:  
<<http://hdl.handle.net/2099.3/36790>>. ISBN 8483017504.

Sieradski, A. An introduction to topology and homotopy. Boston: PWS-KENT, 1992. ISBN 0534929605.

Viro, O. Ya. Elementary topology : problem textbook. Providence: American Mathematical Society, 2008. ISBN 9780821845066.

#### Complementària:

Jänich, Klaus. Topology. New York: Springer-Verlag, 1984. ISBN 0387908927.

Massey, William S. A basic course in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, 1991. ISBN 038797430X.

Navarro Aznar, V.; Pascual Gainza, P. Topologia algebraica. Barcelona: Edicions UB, 1999. ISBN 8483381230.

Wall, C.T.C. A geometric introduction to topology. New York: Dover, 1993. ISBN 0486678504.