

200122 - GD - Geometria Diferencial

Unitat responsable: 200 - FME - Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques
Curs: 2015
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Unitat docent Obligatòria)
Crèdits ECTS: 7,5 Idiomes docència: Català, Castellà

Professorat

Responsable: EVA MIRANDA GALCERÁN

Altres:

EVA MIRANDA GALCERÁN - A, B
PEDRO PASCUAL GAINZA - A, B
MIGUEL ANDRES RODRIGUEZ OLMOS - A, B

Capacitats prèvies

Coneixements de Càlcul Diferencial i Integral en diverses variables.

Coneixements d'Àlgebra i Geometria Lineals. Coneixements bàsics de Topologia.

Competències de la titulació a les quals contribueix l'assignatura

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

5. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
6. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
7. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.
8. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
9. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
10. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
11. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions

200122 - GD - Geometria Diferencial

o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.

12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

4. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

Metodologies docents

Les classes es distribuiran en sessions de teoria, sessions de problemes. A les classes de teoria s'exposaran els conceptes i resultats fonamentals de la matèria. Les sessions de problemes estaran destinades al coneixement de diversos exemples i aplicacions dels resultats fonamentals, així com a desenvolupar els hàbits de càlcul associats.

Objectius d'aprenentatge de l'assignatura

Aquesta assignatura dóna una primera introducció als mètodes i resultats de la Geometria Diferencial, centrant-se al voltant de l'estudi de les corbes i les superfícies de l'espai ordinari. Més específicament, es presenten els objectius següents:

- Corbes: conèixer la curvatura i la torsió d'una corba a l'espai, així com les equacions fonamentals del triedre de Frenet.
- Superfícies: hi ha diversos nivells. En primer lloc entendre les superfícies com exemple de varietat diferencial, mitjançant les cartes locals i els canvis de coordenades. El segon objectiu se centra al voltant de la primera forma fonamental i, en última instància, en la noció de varietat riemanniana. Finalment es presenten la curvatura de Gauss i el teorema egregi i, a partir d'aquest, s'elabora la geometria intrínseca de la superfície. En aquest punt volem destacar la connexió a les geometries no euclidianes.
- S'oferirà també una breu introducció a les varietats de dimensió superior.

Hores totals de dedicació de l'estudiantat

Dedicació total: 187h 30m	Hores grup gran:	45h	24.00%
	Hores grup mitjà:	0h	0.00%
	Hores grup petit:	30h	16.00%
	Hores activitats dirigides:	0h	0.00%
	Hores aprenentatge autònom:	112h 30m	60.00%

200122 - GD - Geometria Diferencial

Continguts

1. Corbes al pla i l'espai	Dedicació: 16h Grup gran: 4h Grup petit: 4h Aprenentatge autònom: 8h
Descripció: Corbes parametritzades. Recta tangent. Exemples. Corbes regulars, longitud d'arc. Curvatura, vector normal, vector binormal, torsió, triedre i fórmules de Frenet. Teorema fonamental de la teoria de corbes.	
2. Teoria elemental de superfícies	Dedicació: 20h Grup gran: 6h Grup petit: 4h Aprenentatge autònom: 10h
Descripció: Superfícies regulars, parametritzacions. Funcions diferenciables sobre superfícies, punts crítics. Pla tangent, recta normal. Diferencial d'una aplicació, difeomorfismes. Geometria en el pla tangent: primera forma fonamental. Geometria en la superfície: mesura de longituds, angles i àrees.	
3. Curvatura de Gauss	Dedicació: 20h Grup gran: 6h Grup petit: 4h Aprenentatge autònom: 10h
Descripció: L'aplicació de Gauss. La diferencial de l'aplicació de Gauss i la segona forma fonamental. Curvatura normal: Teorema de Meusnier. Curvatures principals, línies de curvatura: teoremes de Rodrigues i d'Euler. Curvatures de Gauss i mitjana. Classificació dels punts d'una superfície. Direccions i corbes asimptòtiques. Indicatriu de Dupin.	
4. Exemples de superfícies	Dedicació: 12h Grup gran: 2h Grup petit: 4h Aprenentatge autònom: 6h
Descripció: Fórmules bàsiques per al càlcul de la segona forma fonamental: equacions de Weingarten. Superfícies planes. Superfícies reglades. Quàdriques. Superfícies de revolució. Superfícies mínimes.	

200122 - GD - Geometria Diferencial

5. Equacions fonamentals de les superfícies	Dedicació: 12h Grup gran: 4h Grup petit: 2h Aprenentatge autònom: 6h
Descripció: Isometries, isometries locals. Símbols de Christoffel. Fórmula de Gauss i Teorema Egregi. Equacions de compatibilitat de Codazzi-Mainardi. Teorema de Bonnet.	
6. Geometria sobre les superfícies	Dedicació: 20h Grup gran: 6h Grup petit: 4h Aprenentatge autònom: 10h
Descripció: Derivada covariant, transport paral·lel. Curvatura geodèsica, geodèsiques, fórmula de Liouville. Aplicació exponencial, propietat minimal de les geodèsiques. Fórmula de l'excés/defecte per a la suma dels angles d'un triangle. El Teorema de Gauss-Bonnet i aplicacions.	
7. Alguns resultats globals	Dedicació: 16h Grup gran: 6h Grup petit: 2h Aprenentatge autònom: 8h
Descripció: Superfícies de curvatura constant: el teorema de Minding. Superfícies completes. Superfícies completes de curvatura constant: l'esfera, el pla i els cilindres, i el teorema de Hilbert. Mètriques i superfícies: el tor pla i les superfícies hiperbòliques de curvatura -1. Geodèsiques en superfícies completes: el teorema de Hopf-Rinow.	
8. Introducció a les varietats diferencials	Dedicació: 14h Grup gran: 5h Grup petit: 2h Aprenentatge autònom: 7h
Descripció: Varietats diferencials, funcions diferenciables. Espai tangent, diferencial d'una funció. Valors regulars i subvarietats. Exemples.	

200122 - GD - Geometria Diferencial

Sistema de qualificació

La qualificació de l'assignatura s'obtindrà a partir de:

EP : Examen Parcial

EF : Examen Final

segons la ponderació següent:

Nota Final = $\max(\text{EF}, 0.3 \text{ EP} + 0.7 \text{ EF})$.

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

Normes de realització de les activitats

Els examens (EF i EP) contindran preguntes teòriques i pràctiques.

Només es permetrà portar un formulari.

200122 - GD - Geometria Diferencial

Bibliografia

Bàsica:

Bär, C. Elementary differential geometry [en línia]. New York: Cambridge University Press, 2010 Disponible a: <<http://site.ebrary.com/lib/upcatalunya/docDetail.action?docID=10392882>>. ISBN 978-0521721493.

Carmo, Manfredo Perdigão do. Differential geometry of curves and surfaces. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1976. ISBN 0132125897.

Montiel, S. ; Ros, A. Curves and surfaces. Providence: American Mathematical Society, 2005.

O'Neill, B. Elementary differential geometry [en línia]. Academic Press - Elsevier, 2007 Disponible a: <<http://site.ebrary.com/lib/upcatalunya/docDetail.action?docID=10382842>>. ISBN 9780080505428.

Oprea, J. Differential Geometry and its applications. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 2007. ISBN 0130652466.

Pascual, P.. Apunts de Geometria Diferencial [en línia]. 2015 Disponible a: <<https://atenea.upc.edu/moodle/login/index>>.

Complementària:

Callahan, J. The geometry of spacetime: an introduction to special and general relativity. New York: Springer Verlag, 2000. ISBN 0387986413.

Cordero, Luís A.; Fernández, M.; Gray, A. Geometría diferencial de curvas y superficies con Mathematica. Buenos Aires [etc.]: Addison-Wesley Iberoamericana, 1995. ISBN 0201653648.

Spivak, M. A comprehensive introduction to differential geometry. Vols. 2/3. 3rd ed. Houston: Publish or Perish, 1999. ISBN 0914098705.

Weeks, J.R. The shape of space. 2nd. New York: Marcel Dekker Inc., 2002. ISBN 0824707095.

Altres recursos:

*Famous Curves Applet Index <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Java/>

*3D-XplorMath, de Richard Palais: <http://3d-xplormath.org/>

*Wolfram mathworld curves <http://mathworld.wolfram.com/topics/Curves>

*National Curve bank <http://curvebank.calstatela.edu/home/home.htm>

*Open Geometry Gallery http://www1.uni-ak.ac.at/geom/opengeometry_gallery

*Virtual Math museum http://virtualmathmuseum.org/Surface/gallery_o

*Wolfram mathworld surfaces <http://mathworld.wolfram.com/topics/Surfaces>

*Altres galleries <http://faculty.evansville.edu/ck6/GalleryTwo/Introduction2>