



# Guia docent

## 200001 - CV - Càlcul en una Variable

Última modificació: 17/05/2024

**Unitat responsable:** Facultat de Matemàtiques i Estadística  
**Unitat que imparteix:** 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.  
**Titulació:** GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).  
**Curs:** 2024      **Crèdits ECTS:** 7.5      **Idiomes:** Català, Castellà

### PROFESSORAT

**Professorat responsable:** RAFAEL RAMIREZ ROS

**Altres:**

Primer quadrimestre:  
MARIA ALBERICH CARRAMIÑANA - ANIVE  
SEBASTIA MARTIN MOLLEVI - M-A  
SARA MATHEU MARTINEZ DEL CAMPO - M-A, M-B  
RAFAEL RAMIREZ ROS - M-A, M-B  
JORDI VILLANUEVA CASTELLTORT - M-B

Segon quadrimestre:  
SEBASTIA MARTIN MOLLEVI - REF  
RAFAEL RAMIREZ ROS - REF

### COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

#### Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

#### Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

#### Transversals:

11. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

## METODOLOGIES DOCENTS

La docència de l'assignatura es dividirà en dos blocs marcats: teoria i problemes. A les hores de teoria es desenvoluparà els continguts teòrics de l'assignatura basats en els diferents resultats i les seves demostracions a més a més de d'inclusió d'exemples per tal de consolidar els conceptes introduïts. A les hores de problemes, es combinarà els problemes més teòrics i difícils per tal de fer que l'alumne obtingui un nivell de profunditat màxima en l'àmbit de l'anàlisi matemàtica d'una variable amb els exercicis més mecànics que l'alumne ha de dominar, com ara càlcul de límits o d'integrals. Es realitzaran diverses activitats d'avaluació continuada consistents en proves presencials i/o lliuraments de problemes (a les classes de teoria) i/o tests virtuals en horaris flexibles.

## OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu principal d'aquest curs és familiaritzar l'alumne amb els conceptes bàsics de l'anàlisi matemàtica d'una variable. Es donen els fonaments de càlcul necessàries per a una bona comprensió de les assignatures posteriors de la titulació. Es pretén iniciar els alumnes en les tècniques de deducció de l'anàlisi matemàtica i, més generalment, en els mètodes de demostració en un sistema axiomàtic.

## HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores activitats dirigides	7,5	4.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00

**Dedicació total:** 187.5 h

## CONTINGUTS

### Successions de nombres reals

#### Descripció:

Introducció axiomàtica dels nombres reals. Topologia bàsica en  $\mathbb{R}$ . Definició de successió. Successions fitades. Límit d'una successió. Successions convergents. Successions monòtones. Subsuccessions. Successions de Cauchy. Diferents definicions equivalents dels nombres reals. Teorema de Bolzano-Weierstrass. Límits infinits. Tècniques de càlcul de límits. Introducció a les sèries numèriques, en particular l'armònica i la geomètrica.

#### Dedicació: 35h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 21h



### **Funcions reals de variable real. Límits.**

**Descripció:**

Funcions. Definicions bàsiques. Límit d'una funció en un punt. Caracterització per successions. Límits laterals. Ampliació del concepte de límit: límit infinit i límit a l'infinit. Infinites i infinitèsims. Càlcul de límits. Introducció de les funcions elementals: exponencial, trigonomètriques, hiperbòliques,...

**Dedicació:** 22h 30m

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 13h 30m

### **Funcions real de variable real. Continuitat.**

**Descripció:**

Continuïtat d'una funció en un punt. Tipus de discontinuïtats. Funcions contínues. Propietats. Teoremes de funcions contínues. Continuïtat uniforme. Teorema de Heine.

**Dedicació:** 20h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 12h

### **Derivabilitat de les funcions reals de variable real**

**Descripció:**

Derivabilitat d'una funció en un punt. Recta tangent. Funció derivada. Derivabilitat i continuïtat. Regles de derivació. Derivades d'ordre superior. Derivació implícita. Teoremes sobre funcions derivables. Aproximació local de funcions: teorema de Taylor i conseqüències. Extrems de funcions. Optimització

**Dedicació:** 45h

Grup gran/Teoria: 11h

Grup petit/Laboratori: 7h

Aprenentatge autònom: 27h

### **Funcions integrables. La integral de Riemann.**

**Descripció:**

Funció primitiva. Càlcul de primitives. Mètodes d'integració: per parts, per canvi de variable. Integració de funcions racionals. Integració de funcions trigonomètriques. Integral inferior i superior. Definició d'integral de Riemann. Propietats. Funcions Riemann-integrables. Integració i continuïtat. Integració i derivació. Teorema Fonamental del Càlcul. Integral definida i primitives: Regla de Barrow. Teorema del valor mitjà. Aplicacions de la integral.

**Dedicació:** 32h 30m

Grup gran/Teoria: 8h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 19h 30m



## SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

---

La nota de l'assignatura consta de tres parts:

1. Avaluació continuada (AC).
2. Examen parcial (EP). Un examen a meitat de quadrimestre, que no elimina matèria.
3. Examen final (EF), on entrarà tot el temari de l'assignatura.

La compleció del bloc corresponent del curs "Ús solvent de la informació" serà requisit per a l'avaluació de l'assignatura.

La nota final (NF) es calcularà de la següent manera:

$$NF = \max\{0.60*EF + 0.30*EP + 0.10*AC; 0.70*EF + 0.30*EP; 0.90*EF + 0.10*AC; EF\}$$

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

## BIBLIOGRAFIA

---

### Bàsica:

- Spivak, Michael. Calculus : càlcul infinitesimal [en línia]. 3rd ed. Barcelona: Reverte, 1995 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: [https://web-p-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/plink?key=100.65.135.150\\_8000\\_572986369&AN=2615591&site=ehost-live&db=nlebk&scope=site](https://web-p-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/plink?key=100.65.135.150_8000_572986369&AN=2615591&site=ehost-live&db=nlebk&scope=site). ISBN 8429151370.
- Bartle, R.G. ; Sherbert, D.R. Introducció al anàlisi matemàtic de una variable. 2ª ed. Mèxic: Limusa, 1996. ISBN 9681851919.

### Complementària:

- Ortega Aramburu, Joaquín M. Introducció a l'anàlisi matemàtica. 2a ed. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Servei de Publicacions, 2002. ISBN 8449022711.
- Strang, Gilbert; Herman, Edwin. Calculus, vol. I [en línia]. Openstax, 2020 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://d3bxy9euw4e147.cloudfront.net/oscms-prodcms/media/documents/CalculusVolume1-OP.pdf>.
- Burgos, Juan de. Cálculo infinitesimal de una variable [en línia]. Madrid: Mc Graw Hill, 2007 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: [https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB\\_BooksVis?cod\\_primaria=1000187&codigo\\_libro=3964](https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=3964). ISBN 9788448156343.

## RECURSOS

---

### Altres recursos:

La col.lecció de problemes "Aprende Cálculo con Youtube" (versió 2.0) accessible a <https://web.mat.upc.edu/rafael.ramirez/ACcY/>