

# Guia docent

## 200002 - AL - Àlgebra Lineal

Última modificació: 29/01/2023

**Unitat responsable:** Facultat de Matemàtiques i Estadística  
**Unitat que imparteix:** 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.  
**Titulació:** GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).  
**Curs:** 2022      **Crèdits ECTS:** 7.5      **Idiomes:** Català, Castellà

### PROFESSORAT

---

**Professorat responsable:** MIGUEL ANGEL BARJA YAÑEZ

**Altres:**

Primer quadrimestre:  
MIGUEL ANGEL BARJA YAÑEZ - M-A, M-B  
JESUS FERNANDEZ SANCHEZ - M-A, M-B  
JAUME MARTÍ FARRÉ - M-A, M-B  
MIQUEL ORTEGA SÁNCHEZ COLOMER - M-A, M-B

Segon quadrimestre:  
MIGUEL ANGEL BARJA YAÑEZ - REF  
JAUME MARTÍ FARRÉ - REF

L'idioma d'impartició d'aquesta assignatura canvia depenent del professor  
El idioma de impartición de esta asignatura cambia dependiendo del profesor que la imparta  
The teaching language of this subject depends on the professor who teaches it

### CAPACITATS PRÈVIES

---

L'alumne ha de dominar els coneixements de matemàtiques de batxillerat i tenir destresa en la resolució de problemes de matemàtiques de nivell de batxillerat.

### COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

---

**Específiques:**

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.



#### Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

#### Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

## METODOLOGIES DOCENTS

---

Les classes de teoria serviran per presentar i desenvolupar el temari.

En les sessions de problemes es resoldran, d'entre els exercicis i problemes proposats, aquells que es considerin més il·lustratius. S'insistirà en els aspectes conceptuals de l'assignatura sense descuidar les parts més mecàniques. Durant aquestes sessions es plantejaran les diferents estratègies disponibles per abordar els problemes i es justificarà l'elecció d'aquella que sigui més adient. En aquest sentit es procurarà fomentar la participació activa dels estudiants.

## OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu general de l'assignatura és introduir l'estudiantat en diferents aspectes de l'àlgebra lineal estàndard i de l'anàlisi matricial. Són objectius específics d'aquesta assignatura l'adquisició dels coneixements bàsics d'àlgebra lineal (matrius, sistemes d'equacions lineals, espais vectorials i les seves transformacions). Concretament:

- manipulació i operacions amb matrius; discussió i resolució de sistemes d'equacions lineals;
- espais vectorials; dependència lineal; subespais; bases i coordenades.
- estudi de les aplicacions lineals; canvis de base; subespais invariants; diagonalització d'endomorfismes; forma de Jordan.
- introducció a les nocions geomètriques bàsiques relacionades amb l'espai euclidià

A més l'assignatura ha de ser fonament i referència en cursos posteriors i, per això, el curs també té com objectius:

- potenciar la capacitat d'abstracció de l'estudiant;
- familiaritzar l'alumnat en el desenvolupament del llenguatge abstracte i del formalisme matemàtic;
- introduir l'alumnat a problemes interdisciplinars que es resolten amb àlgebra lineal.
- i iniciar l'estudiant en l'ús de l'àlgebra lineal com a instrument per a modelitzar i resoldre problemes.

En acabar el curs, els coneixements, habilitats i les capacitats que l'estudiant ha d'adquirir són les següents:

- Saber operar amb matrius. Calcular rangs i determinants. Saber interpretar les matrius, les operacions i els resultats en diferents contextos. Discutir i resoldre sistemes d'equacions lineals. Saber plantejar sistemes i saber interpretar-ne les solucions.
- Reconèixer espais vectorials, subespais vectorials i aplicacions lineals.
- Saber calcular relacions de dependència lineal. Comprendre les nocions de bases i dimensió. Saber calcular i canviar de coordenades. Comprendre les diferents operacions entre subespais i entre espais vectorials. Tenir facilitat en el seu càlcul. Familiaritzar-se amb l'espai dual i el quocient i saber treballar-hi.
- Determinar el nucli i la imatge d'una aplicació lineal. Calcular imatges i antiimatges d'elements i de subespais. Saber representar matricialment les aplicacions lineals. Entendre la relació amb els sistemes d'equacions i saber canviar de base. Entendre el concepte de subespai vectorial i de restricció. Entendre la necessitat de transformar una matriu a una forma predeterminada. Discutir i trobar la forma diagonal d'una matriu, tant en el cas real com en el cas complex. Saber treballar amb tipus concrets de matrius.
- Saber trobar la forma de Jordan d'un endomorfisme amb polinomi característic descomponible. Aplicar-ho al càlcul matricial.
- Conèixer aplicacions de la diagonalització i forma de Jordan d'un endomorfisme.
- Entendre el concepte de producte escalar i conceptes derivats. Saber treballar en espais euclidians. Comprendre la noció d'ortogonalitat i de projecció ortogonal. Conèixer el Teorema Espectral real.

## HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

| Tipus                      | Hores | Percentatge |
|----------------------------|-------|-------------|
| Hores grup gran            | 45,0  | 24.00       |
| Hores grup petit           | 30,0  | 16.00       |
| Hores aprenentatge autònom | 105,0 | 56.00       |
| Hores activitats dirigides | 7,5   | 4.00        |

**Dedicació total:** 187.5 h

## CONTINGUTS

### Matrius, sistemes lineals i determinants

#### Descripció:

Definició i operacions amb matrius; transformacions elementals, forma esglaonada; determinant (expansió de Laplace), rang. Sistemes lineals, eliminació Gaussiana, Cramer, Teorema de Rouché-Frobenius. Matriu adjunta i matriu inversa

#### Dedicació: 18h

Grup mitjà/Pràctiques: 8h

Aprenentatge autònom: 10h

### Espais vectorials

**Descripció:**

Espais vectorials. Combinacions lineals; subespais, intersecció i suma, generadors; dependència lineal; bases, dimensió, coordenades, canvi de base; fórmula de Grassmann, suma directa, extensió de bases. Espai quocient.

**Dedicació:** 41h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 25h

### Aplicacions lineals

**Descripció:**

Definició, exemples i propietats. Nucli i imatge, rang. Matriu d'una aplicació lineal; composició d'aplicacions; canvi de base i aplicacions lineals. Subespais invariants d'endomorfismes. Teorema d'isomorfisme. Espai dual i base dual.

**Dedicació:** 32h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 20h

### Diagonalització

**Descripció:**

Valors i vectors propis; polinomi característic, multiplicitat algebraica i geomètrica. Primer teorema de descomposició; criteris de diagonalització. Polinomis anul·ladors, teorema de Cayley-Hamilton, polinomi mínim.

**Dedicació:** 33h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 20h

### Forma de Jordan d'un endomorfisme

**Descripció:**

El concepte de classificació i d'endomorfismes equivalents. Açada de vectors. Segon teorema de descomposició. Forma de Jordan d'un endomorfisme. Aplicacions al càlcul matricial.

**Dedicació:** 16h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup mitjà/Pràctiques: 2h

Aprenentatge autònom: 10h

### Espai Vectorial Euclidià

**Descripció:**

Productes escalars i Espai Euclidià; norma, distància, angles, subespai ortogonal, projecció ortogonal. Bases ortonormals i Gram-Schmidt. Teorema espectral.

**Dedicació:** 28h

Grup gran/Teoria: 8h

Aprenentatge autònom: 20h

## SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

---

L'avaluació de l'assignatura es realitzarà mitjançant un Examen Parcial a meitat de quadrimestre, una avaluació continuada i un examen final. La nota d'avaluació continuada s'obté de la valoració de problemes resolts i entregats periòdicament per part dels estudiants.

La nota de l'assignatura s'obté segons la fórmula:

$$\text{Nota} = \max\{\text{nota examen final}; 70\% \text{ nota examen final} + 20\% \text{ nota examen parcial} + 10\% \text{ avaluació continuada}; 90\% \text{ examen final} + 10\% \text{ avaluació continuada}; 80\% \text{ examen final} + 20\% \text{ examen parcial}\}.$$

Adicionalment, hi haurà un examen final extraordinari al juliol per als qui hagin suspès. La nota de reavaluació es calcularà així:

$$\text{Nota Reavaluació} = \max\{\text{nota examen final extraordinari}; 70\% \text{ nota examen final extraordinari} + 20\% \text{ nota examen parcial} + 10\% \text{ avaluació continuada}; 90\% \text{ examen final extraordinari} + 10\% \text{ avaluació continuada}; 80\% \text{ examen final extraordinari} + 20\% \text{ examen parcial}\}.$$

## BIBLIOGRAFIA

---

### Bàsica:

- Strang, Gilbert. Introduction to linear algebra. 5th ed. Wellesley: Cambridge Press, cop. 2016. ISBN 978-09802327-7-6.
- Castellet, M. ; Llerena, I. Àlgebra lineal i geometria. 4a ed. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de Publicacions, 2000. ISBN 847488943X.
- Jeronimo, G.; Sabia, J.; Tesauri, S. Álgebra lineal (recopilació de notes de l'autor) [en línia]. Disponible a: [http://mate.dm.uba.ar/~jeronimo/algebra\\_lineal/](http://mate.dm.uba.ar/~jeronimo/algebra_lineal/).

### Complementària:

- Friedberg, Stephen H; Insel, Arnold J; Spence, Lawrence E. Linear algebra. 4th ed. Upper Saddle River, N.J.: Pearson Education, cop. 2003. ISBN 0131202669.
- Poole, David. Álgebra lineal: una introducción moderna. 2004.
- Lay, David C; Murrieta Murrieta, Jesús Elmer; Alfaro Pastor, Javier. Álgebra lineal y sus aplicaciones [en línia]. 3a ed. act. México [etc.]: Pearson Educación, 2007 [Consulta: 23/06/2020]. Disponible a: [http://www.ingebook.com/ib/NPcd/IB\\_BooksVis?cod\\_primaria=1000187&codigo\\_libro=6765](http://www.ingebook.com/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=6765). ISBN 9789702609063.
- Puerta Sales, Ferran. Álgebra Lineal. Barcelona: Edicions UPC, 2005. ISBN 9788483018033.

## RECURSOS

---

### Altres recursos:

- \*Llistes de problemes publicades al campus virtual
- \* Strang, G., Linear algebra, curs en vídeo: <https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-06-linear-algebra-spring-2010/>