



# Guia docent

## 200006 - CI - Càlcul Integral

Última modificació: 19/05/2024

**Unitat responsable:** Facultat de Matemàtiques i Estadística  
**Unitat que imparteix:** 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.  
**Titulació:** GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).  
**Curs:** 2024      **Crèdits ECTS:** 7.5      **Idiomes:** Català, Castellà

### PROFESSORAT

**Professorat responsable:** ODÍ SOLER I GIBERT  
**Altres:** Primer quadrimestre:  
GISSELL ESTRADA RODRÍGUEZ - M-A  
JAIME FRANCH BULLICH - M-B  
CHARA PANTAZI - M-A, M-B  
ODÍ SOLER I GIBERT - M-A, M-B

### CAPACITATS PRÈVIES

Àlgebra Lineal  
Càlcul Infinitesimal  
Càlcul Diferencial

### COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

#### Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

#### Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.



#### Transversals:

11. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

## METODOLOGIES DOCENTS

Les classes de teoria serviran per presentar i desenvolupar els continguts de l'assignatura.

Hi haurà una llista de problemes extensa; alguns dels exercicis es resoldran a classe i d'altres es deixaran com a feina personal per a l'alumnat, a fi que puguin madurar els conceptes explicats a classe.

A les sessions de problemes es resoldran els problemes més significatius de l'assignatura i aquells en els quals l'alumnat hagi tingut dificultats especials. Durant aquestes sessions es plantejaran diferents estratègies per encarar els problemes i es justificarà l'elecció d'aquella que sigui més adient. En aquest sentit, es procurarà fomentar la participació activa dels estudiants. Per això i per afavorir-ne el seguiment continuat, se'ls proposarà la resolució de determinats problemes de la llista, de forma individual o en grups petits.

## OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

- Saber decidir sobre el caràcter de les integrals impròpies d'una variable i calcular-les.
- Saber decidir sobre el caràcter de les sèries numèriques i sumar-ne algunes d'elles.
- Conèixer la construcció de la integral de Riemann per a funcions de diverses variables i saber-les calcular.
- Conèixer, comprendre i saber aplicar el teorema del canvi de variables.
- Saber parametritzar corbes i superfícies.
- Saber calcular integrals de línia i de superfície.
- Conèixer, entendre i saber aplicar els teoremes integrals clàssics: Green, Stokes i Gauss
- Conèixer aplicacions geomètriques de les integrals.
- Entendre i saber operar amb formes diferencials.
- Conèixer i comprendre la versió amb formes diferencials del teorema de Stokes.

## HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores grup gran	45,0	24.00

**Dedicació total:** 187.5 h

## CONTINGUTS

### 1. Integrals impròpies d'una variable i sèries numèriques

#### Descripció:

Definicions. Criteris de convergència per a sèries numèriques i integrals impròpies. Relació entre integrals impròpies i sèries. Integrals impròpies que depenen de paràmetres.

**Dedicació:** 37h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 25h

## 2. Integrals de funcions de diverses variables

### Descripció:

Construcció de la integral de Riemann per a funcions de diverses variables. Teorema de Lebesgue d'integrabilitat. Teorema de Fubini. Teorema del canvi de variable. Aplicacions.

### Dedicació: 60h 30m

Grup gran/Teoria: 12h

Grup mitjà/Pràctiques: 8h

Aprenentatge autònom: 40h 30m

## 3. Integrals sobre corbes i superfícies

### Descripció:

Corbes parametritzades. Integral de camps escalars i vectorials sobre corbes. Invariància respecte de la parametrització. Superfícies parametritzades. Integral de camps escalars i vectorials sobre superfícies. Invariància respecte de la parametrització.

### Dedicació: 24h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 16h

## 4. Teoremes integrals

### Descripció:

Gradient, divergència i rotacional. Teoremes de Green, Stokes i Gauss. Aplicacions: camps conservadors i solenoïdals.

### Dedicació: 37h 30m

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Activitats dirigides: 25h

## 5. Formes diferencials

### Descripció:

Repàs d'àlgebra multilineal. Formes diferencials a  $\mathbb{R}^n$  i a subvarietats. Derivada exterior. Integració de formes. Teoremes integrals.

### Dedicació: 28h 30m

Grup gran/Teoria: 6h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 19h

## SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

---

Hi haurà un examen parcial (P) i un examen final (F), a més de les activitats d'avaluació contínua (AC) plantejades durant el curs. El calendari d'exàmens i les activitats d'avaluació contínua s'anunciaran amb antelació, al principi del curs.

La nota d'avaluació contínua (NC) es calcularà segons la fórmula

$$NC = (0,30 * P + 0,10 * AC) / 0,40.$$

La qualificació final (NF) s'obté amb la fórmula

$$NF = \text{Màx} \{0,40 * NC + 0,60 * F; F\}.$$

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

## BIBLIOGRAFIA

---

### Bàsica:

- Cerdà Martín, J. L. Càlcul integral. Barcelona: Edicions de la Universitat de Barcelona, 2001. ISBN 848338261X.
- Marsden, Jerrold E.; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W.H. Freeman and Company, 1993. ISBN 0716721058.
- Pascual Gainza, Pere (ed.). Càlcul integral per a enginyers [en línia]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2002 [Consulta: 24/05/2024]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36742>. ISBN 8483016273.
- Zorich, Vladimir A. Mathematical analysis II. Berlin: Springer, 2004. ISBN 3540406336.
- Spivak, Michael. Cálculo en variedades. Barcelona: Reverté, 1970. ISBN 8429151427.

### Complementària:

- Bombal Gordon, F.; Rodríguez Marín, L.; Vera Botí, G. Problemas de análisis matemático. Vol. 3. 2a ed. Madrid: AC, 1987. ISBN 8472881024.
- Marsden, Jerrold E.; Tromba, Anthony J. Cálculo vectorial [en línia]. 5a ed. Madrid: Addison Wesley, 2004 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: [https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB\\_BooksVis?cod\\_primaria=1000187&codigo\\_libro=7634](https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7634). ISBN 8478290699.
- Bressoud, David M. Second year calculus : from celestial mechanics to special relativity. New York: Springer-Verlag, 1991. ISBN 038797606X.
- Greenberg, Michael D. Foundations of applied mathematics. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1978. ISBN 0133296237.
- Wade, William R. An Introduction to analysis. 4th ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2010. ISBN 0321656849.
- Bruna, Joaquim. Analysis in Euclidean space. World Scientific, 2023. ISBN 9781800611719.