

# Guia docent

## 200006 - CI - Càlcul Integral

Última modificació: 29/01/2023

**Unitat responsable:** Facultat de Matemàtiques i Estadística  
**Unitat que imparteix:** 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

**Titulació:** GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

**Curs:** 2022      **Crèdits ECTS:** 7.5      **Idiomes:** Català, Castellà

### PROFESSORAT

---

**Professorat responsable:** PEDRO PASCUAL GAINZA

**Altres:** Primer quadrimestre:  
ANGELES CARMONA MEJIAS - CFIS, M-A, M-B  
ANDRES MARCOS ENCINAS BACHILLER - CFIS, M-A, M-B  
JAIME FRANCH BULLICH - M-A, M-B  
PEDRO PASCUAL GAINZA - CFIS, M-A, M-B

L'idioma d'impartició d'aquesta assignatura canvia depenent del professor  
El idioma de impartición de esta asignatura cambia dependiendo del profesor que la imparta  
The teaching language of this subject depends on the professor who teaches it

### CAPACITATS PRÈVIES

---

Àlgebra Lineal  
Càlcul Infinitesimal  
Càlcul Diferencial

### COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

---

**Específiques:**

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

#### Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstracture les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

#### Transversals:

11. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

## METODOLOGIES DOCENTS

Les classes de teoria serviran per presentar i desenvolupar els continguts de l'assignatura.

Hi haurà una llista de problemes extensa; alguns dels exercicis es resoldran a classe i d'altres es deixaran com a feina personal per als estudiants, a fi que puguin madurar els conceptes explicats a classe.

A les sessions de problemes es resoldran els problemes més significatius de l'assignatura i aquells en els quals l'alumnat hagi tingut dificultats especials. Durant aquestes sessions es plantejaran diferents estratègies per encarar els problemes i es justificarà l'elecció d'aquella que sigui més adient. En aquest sentit, es procurarà fomentar la participació activa dels estudiants. Per això i per afavorir-ne el seguiment continuat, se'ls proposarà la resolució de determinats problemes de la llista, de forma individual o en grups petits.

## OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

- Saber decidir sobre el caràcter de les integrals impròpies d'una variable i calcular-les.
- Saber decidir sobre el caràcter de les sèries numèriques i sumar-ne algunes d'elles.
- Conèixer la construcció de la integral de Riemann per a funcions de diverses variables i saber-les calcular.
- Conèixer, comprendre i saber aplicar el teorema del canvi de variables.
- Saber parametritzar corbes i superfícies.
- Saber calcular integrals de línia i de superfície.
- Conèixer, entendre i saber aplicar els teoremes integrals clàssics: Green, Stokes i Gauss
- Conèixer aplicacions geomètriques de les integrals.
- Entendre i saber operar amb formes diferencials.
- Conèixer i comprendre la versió amb formes diferencials del teorema de Stokes.

## HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores grup gran	45,0	24.00

**Dedicació total:** 187.5 h

## CONTINGUTS

### 1. Integrals impròpies d'una variable i sèries numèriques

**Descripció:**

Definicions. Criteris de convergència per a sèries numèriques i integrals impròpies. Relació entre integrals impròpies i sèries. Integrals impròpies que depenen de paràmetres.

**Dedicació:** 37h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 25h

### 2. Integrals de funcions de diverses variables

**Descripció:**

Construcció de la integral de Riemann per a funcions de diverses variables. Teorema de Lebesgue d'integrabilitat. Teorema de Fubini. Teorema del canvi de variable. Aplicacions.

**Dedicació:** 60h 30m

Grup gran/Teoria: 12h

Grup mitjà/Pràctiques: 8h

Aprenentatge autònom: 40h 30m

### 3. Integrals sobre corbes i superfícies

**Descripció:**

Corbes parametritzades. Integral de camps escalars i vectorials sobre corbes. Invariància respecte de la parametrització. Superfícies parametritzades. Integral de camps escalars i vectorials sobre superfícies. Invariància respecte de la parametrització.

**Dedicació:** 24h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 16h

### 4. Teoremes integrals

**Descripció:**

Gradient, divergència i rotacional. Teoremes de Green, Stokes i Gauss. Aplicacions: camps conservadors i solenoïdals.

**Dedicació:** 37h 30m

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Activitats dirigides: 25h



## 5. Formes diferencials

### Descripció:

Repàs d'àlgebra multilineal. Formes diferencials a  $\mathbb{R}^n$  i a subvarietats. Derivada exterior. Integració de formes. Teoremes integrals.

### Dedicació:

28h 30m  
Grup gran/Teoria: 6h 30m  
Grup mitjà/Pràctiques: 3h  
Aprentatge autònom: 19h

## SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Un examen parcial (P) i un examen final (F). El calendari i les condicions de realització s'especificaran amb prou antelació.

La qualificació final s'obtindrà amb la fórmula:

$$\text{Màx } \{0'3 * P + 0'7 * F; F\}$$

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

## BIBLIOGRAFIA

### Bàsica:

- Spivak, Michael. Cálculo en variedades. Barcelona: Reverté, 1970. ISBN 8429151427.
- Cerdà Martín, J. L. Càlcul integral. Barcelona: Edicions de la Universitat de Barcelona, 2001. ISBN 848338261X.
- Marsden, Jerrold E.; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W.H. Freeman and Company, 1993. ISBN 0716721058.
- Pascual Gainza, Pere (ed.). Càlcul integral per a enginyers [en línia]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2002 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36742>. ISBN 8483016273.
- Zorich, Vladimir A. Mathematical Analysis II. Berlin: Springer, 2004. ISBN 3540406336.

### Complementària:

- Wade, William R. An Introduction to analysis. 4th ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2010. ISBN 0321656849.
- Marsden, Jerrold E.; Tromba, Anthony J. Cálculo vectorial [en línia]. 5a ed. Madrid: Addison Wesley, 2004 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: [http://www.ingebook.com/ib/NPcd/IB\\_BooksVis?cod\\_primaria=1000187&codigo\\_libro=7634](http://www.ingebook.com/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7634). ISBN 8478290699.
- Bombal Gordon, F.; Rodríguez Marín, L.; Vera Botí, G. Problemas de análisis matemático. Vol. 3. 2a ed. Madrid: AC, 1987. ISBN 8472881024.
- Bressoud, David M. Second year calculus : from celestial mechanics to special relativity. New York: Springer-Verlag, 1991. ISBN 038797606X.
- Greenberg, Michael D. Foundations of applied mathematics. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1978. ISBN 0133296237.