



Guia docent

200142 - EDPS - Equacions en Derivades Parcial

Última modificació: 11/04/2024

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2024 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: XAVIER CABRE VILAGUT
Altres: Segon quadrimestre:
XAVIER CABRE VILAGUT - M-A, M-B
ALBERT MAS BLESÀ - M-A, M-B

CAPACITATS PRÈVIES

Les obtingudes a les assignatures ja realitzades al Grau.

REQUISITS

Els obtinguts a les assignatures ja realitzades al Grau.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

4. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Classes de teoria amb l'exposició de conceptes nous i repàs d'altres ja estudiats en assignatures prèvies. Consistiran en exposicions per part del professor dels enunciats, demostracions i exemples. En les classes de problemes: resolució de problemes d'una col·lecció proposada prèviament a l'alumne. Entre els objectius de l'assignatura tindrà un bon pes la resolució de problemes, alguns d'ells fomentant i prioritant la intuïció i la creativitat de l'alumne.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

- Conèixer i saber calcular amb els mètodes de separació de variables i sèries de Fourier i amb el mètode de solucions fonamentals.
- Conèixer tant els principis del màxim i les seves conseqüències com els mètodes de càlcul integral (energia, principi de Dirichlet) i conseqüències.
- Conèixer la relació entre el Laplacà i l'equació de la calor amb els camins aleatoris, el Laplacà discret, les densitats de probabilitat i la gaussiana. Aquí el caràcter abstracte i conceptual serà prioritari.
- Conèixer i saber calcular amb el mètode de les característiques.
- L'assignatura ha de servir per repassar i refermar bastants conceptes de Càlcul i d'Anàlisi Matemàtica apresos per l'estudiant en assignatures anteriors. Degut al gran nombre d'eines que usa la teoria d'EDPs també es repassaran conceptes apresos a altres assignatures obligatòries: variable complexa, EDOs, Probabilitat, Numèric.
- El curs ha de servir també per a motivar i preparar cursos posteriors, optatius o de postgrau, com l'Anàlisi Funcional, Matemàtica Financera i Numèric per EDPs.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup petit	30,0	16.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Equacions de primer ordre

Descripció:

L'equació lineal del transport: ones viatgeres, característiques, estabilitat. L'equació no homogènia i fórmula de Duhamel.

Equacions de primer ordre quasilineals: mètode de les característiques. Exemples: dinàmica del transit, equació de Burgers.

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 7h 30m

Aprenentatge autònom: 22h 30m



Espais de Banach, Operadors i Semigrups

Descripció:

Repàs dels conceptes i propietats fonamentals dels espais de Banach i les aplicacions lineals entre ells.

Conceptes d'operadors i semigrups apareguts al capítol anterior

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

L'equació d'ones

Descripció:

Equació de la corda vibrant: derivació; fórmula de d'Alembert; equacions no homogènies; domini de dependència i domini d'influència; propagació i reflexions d'ones; energia.

Classificació de les EDPs lineals de segon ordre: forma canònica.

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

L'equació de difusió o de la calor

Descripció:

L'equació de difusió en dominis acotats: solució per separació de variables i sèries de Fourier; mètode d'energia i unicitat; principi del màxim i unicitat.

L'equació de difusió a \mathbb{R}^n : solució fonamental; delta de Dirac; convolució; teorema d'existència i unicitat; regularitat; equacions no homogènies i principi de Duhamel.

L'equació de difusió a partir del passeig aleatori: passeig aleatori i propagació d'errors; relació entre les funcions calòriques i les densitats de probabilitat i la distribució gaussiana.

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m



Les equacions de Laplace i de Poisson

Descripció:

Propietats de les funcions harmòniques: exemples; separació de variables i l'equació de Poisson a la bola; propietat de la mitjana, principi del màxim i unicitat; principis de Harnack i Liouville; relació entre les funcions harmòniques, els camins aleatoris, el Laplacà discret i les probabilitats de sortida.

Solució fonamental i funció de Green: potencial newtonià; funcions de Green; mètode de reflexions: funció de Green al semi-espai i a la bola.

El principi de minimització de Dirichlet i el mètode d'energia.

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Hi haurà primer la nota d'un examen parcial (P). Hi haurà també la nota de l'examen final (F). La nota final de l'assignatura serà el màxim entre F i $(0,5 \cdot P + 0,5 \cdot F)$.

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari després del Final per als estudiants suspesos.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

A les proves no es podrà tenir material docent ni notes de classe ni formularis. L'examen parcial no eliminarà matèria del final.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Salsa, Sandro. Partial differential equations in action : from modelling to theory [en línia]. Milan: Springer, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3062992>. ISBN 9788847007512.
- Pinchover, Yehuda; Rubinstein, Jacob. Introduction to partial differential equations. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. ISBN 978052161323X.
- Strauss, W.A. Partial differential equations : an introduction. 2nd ed. New York: Wiley, 2008. ISBN 9780470054567.
- Shearer, Michael; Levy, Rachel. Partial differential equations : an introduction to theory and applications. Princeton: Princeton University Press, [2015]. ISBN 9780691161297.

Complementària:

- Peral, Ireneo. Primer curso de ecuaciones en derivadas parciales. Argentina: Addison-Wesley, 1995. ISBN 0201653575.