

# Guia docent

## 200142 - EDPS - Equacions en Derivades Parcial

Última modificació: 19/04/2022

**Unitat responsable:** Facultat de Matemàtiques i Estadística  
**Unitat que imparteix:** 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.  
**Titulació:** GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).  
**Curs:** 2022      **Crèdits ECTS:** 7.5      **Idiomes:** Català

### PROFESSORAT

---

**Professorat responsable:** XAVIER CABRE VILAGUT  
**Altres:** Segon quadrimestre:  
XAVIER CABRE VILAGUT - M-A, M-B  
ALBERT MAS BLESÀ - M-A, M-B

### CAPACITATS PRÈVIES

---

Les obtingudes a les assignatures ja realitzades al Grau.

### REQUISITS

---

Els obtinguts a les assignatures ja realitzades al Grau.

### COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

---

#### Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

#### Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

#### Transversals:

4. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

## METODOLOGIES DOCENTS

Classes de teoria amb l'exposició de conceptes nous i repàs d'altres ja estudiats en assignatures prèvies. Consistiran en exposicions per part del professor dels enunciats, demostracions i exemples. En les classes de problemes: resolució de problemes d'una col·lecció proposada prèviament a l'alumne. Entre els objectius de l'assignatura tindrà un bon pes la resolució de problemes, alguns d'ells fomentant i prioritzant la intuïció i la creativitat de l'alumne.

## OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

- Conèixer i saber calcular amb els mètodes de separació de variables i sèries de Fourier i amb el mètode de solucions fonamentals.
- Conèixer tant els principis del màxim i les seves conseqüències com els mètodes de càlcul integral (energia, principi de Dirichlet) i conseqüències.
- Conèixer la relació entre el Laplacà i l'equació de la calor amb els camins aleatoris, el Laplacà discret, les densitats de probabilitat i la gaussiana. Aquí el caràcter abstracte i conceptual serà prioritari.
- Conèixer i saber calcular amb el mètode de les característiques.
- L'assignatura ha de servir per repassar i refermar bastants conceptes de Càlcul i d'Anàlisi Matemàtica apresos per l'estudiant en assignatures anteriors. Degut al gran nombre d'eines que usa la teoria d'EDPs també es repassaran conceptes apresos a altres assignatures obligatòries: variable complexa, EDOs, Probabilitat, Numèric.
- El curs ha de servir també per a motivar i preparar cursos posteriors, optatius o de postgrau, com l'Anàlisi Funcional, Matemàtica Financera i Numèric per EDPs.

## HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup petit	30,0	16.00

**Dedicació total:** 187.5 h

## CONTINGUTS

### Equacions de primer ordre

#### Descripció:

L'equació lineal del transport: ones viatgeres, característiques, estabilitat. L'equació no homogènia i fórmula de Duhamel.

Equacions de primer ordre quasilineals: mètode de les característiques. Exemples: dinàmica del transit, equació de Burgers.

#### Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 7h 30m

Aprenentatge autònom: 22h 30m



### Espais de Banach, Operadors i Semigrups

**Descripció:**

Repàs dels conceptes i propietats fonamentals dels espais de Banach i les aplicacions lineals entre ells.

Conceptes d'operadors i semigrups apareguts al capítol anterior

**Dedicació:** 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

### L'equació d'ones

**Descripció:**

Equació de la corda vibrant: derivació; fórmula de d'Alembert; equacions no homogènies; domini de dependència i domini d'influència; propagació i reflexions d'ones; energia.

Classificació de les EDPs lineals de segon ordre: forma canònica.

**Dedicació:** 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

### L'equació de difusió o de la calor

**Descripció:**

L'equació de difusió en dominis acotats: solució per separació de variables i sèries de Fourier; mètode d'energia i unicitat; principi del màxim i unicitat.

L'equació de difusió a  $\mathbb{R}^n$ : solució fonamental; delta de Dirac; convolució; teorema d'existència i unicitat; regularitat; equacions no homogènies i principi de Duhamel.

L'equació de difusió a partir del passeig aleatori: passeig aleatori i propagació d'errors; relació entre les funcions calòriques i les densitats de probabilitat i la distribució gaussiana.

**Dedicació:** 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m



## Les equacions de Laplace i de Poisson

### Descripció:

Propietats de les funcions harmòniques: exemples; separació de variables i l'equació de Poisson a la bola; propietat de la mitjana, principi del màxim i unicitat; principis de Harnack i Liouville; relació entre les funcions harmòniques, els camins aleatoris, el Laplacà discret i les probabilitats de sortida.

Solució fonamental i funció de Green: potencial newtonià; funcions de Green; mètode de reflexions: funció de Green al semi-espai i a la bola.

El principi de minimització de Dirichlet i el mètode d'energia.

### Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

## SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Hi haurà primer la nota d'un examen parcial (P). Hi haurà també la nota de l'examen final (F). La nota final de l'assignatura serà el màxim entre F i  $(0,5 \cdot P + 0,5 \cdot F)$ .

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari després del Final per als estudiants suspesos.

## NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

A les proves no es podrà tenir material docent ni notes de classe ni formularis. L'examen parcial no eliminarà matèria del final.

## BIBLIOGRAFIA

### Bàsica:

- Shearer, Michael; Levy, Rachel. Partial differential equations : an introduction to theory and applications. Princeton: Princeton University Press, [2015]. ISBN 978-0691161297.
- Salsa, Sandro. Partial differential equations in action: from modelling to theory [en línia]. Milan: Springer, 2008 [Consulta: 22/05/2020]. Disponible a: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?docID=3062992>. ISBN 9788847007512.
- Pinchover, Yehuda ; Rubinstein, Jacob. Introduction to partial differential equations. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. ISBN 978052161323X.
- Strauss, W.A. Partial differential equations: an introduction. 2nd ed. New York: Wiley, 2008.

### Complementària:

- Peral, Ireneo. Primer curso de ecuaciones en derivadas parciales. Argentina: Addison-Wesley, 1995. ISBN 0201653575.