



# Guia docent

## 200151 - ALN - Àlgebra Lineal Numèrica

Última modificació: 19/05/2024

**Unitat responsable:** Facultat de Matemàtiques i Estadística  
**Unitat que imparteix:** 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.  
**Titulació:** GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).  
**Curs:** 2024      **Crèdits ECTS:** 7.5      **Idiomes:** Català

### PROFESSORAT

---

**Professorat responsable:** JUAN RAMON PACHA ANDUJAR  
**Altres:** Segon quadrimestre:  
JUAN RAMON PACHA ANDUJAR - M-A1, M-B2  
ÓSCAR RODRÍGUEZ DEL RÍO - M-A1, M-A3, M-B2, M-B3

### CAPACITATS PRÈVIES

---

L'estudiant haurà d'haver assolit els objectius que es detallen a la guia docent de l'assignatura d'Àlgebra Lineal (codi AL-200002) la qual s'imparteix al primer quadrimestre del Grau de Matemàtiques.

### REQUISITS

---

Haver seguit almenys un curs d'Àlgebra Lineal amb continguts semblats al curs d'Àlgebra Lineal de primer del Grau de Matemàtiques. Consulteu la Guia docent, codi AL-200002.

### COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

---

**Específiques:**

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

#### Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

#### Transversals:

11. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

## METODOLOGIES DOCENTS

---

Les 5 hores de classe setmanals es divideixen en 3 hores a aula convencional i 2 hores a aula d'ordinadors. Generalment, els conceptes teòrics es presenten i desenvolupen a l'aula convencional. A l'aula d'ordinadors es fan majoritàriament problemes, exemples d'implementació i ús dels mètodes numèrics, així com exemples d'aplicació en ciències i enginyeria. També es realitza el seguiment de l'evolució dels exercicis pràctics proposats.

Tota la informació referent a la organització i seguiment de l'assignatura, i tot el material docent es publica a la intranet docent.

## OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

---

L'assignatura té dos objectius principals: (1) donar una idea global del paper dels mètodes numèrics en la resolució de problemes habituals a les matemàtiques, la física i l'enginyeria, i (2) proporcionar un sòlida base en la resolució numèrica dels problemes d'àlgebra lineal.

L'alumne ha d'adquirir capacitats per:

- Conèixer i entendre les possibilitats, i les limitacions, dels mètodes numèrics per a la resolució de problemes de la matemàtica i d'altres disciplines
- Conèixer i entendre les tècniques numèriques bàsiques per a resolució de sistemes d'equacions lineals i problemes d'autovalor.
- Seleccionar i utilitzar un mètode numèric apropiat per a la resolució d'un problema concret, identificant-ne els avantatges i inconvenients.
- Adquirir competència i agilitat a l'hora d'expressar el mètodes numèrics estudiats en forma d'algorismes per a, finalment, codificar-los d'una manera eficient en el llenguatge de programació Python.
- Analitzar críticament els resultats obtinguts (precisió en el resultat d'interès, adequació del mètode numèric i del model matemàtic, interpretació dels resultats).
- Presentar els resultats de forma clara i concisa.

## HORES TOTS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores activitats dirigides	7,5	4.00

**Dedicació total:** 187.5 h

## CONTINGUTS

### Introducció als mètodes numèrics

**Descripció:**

- Introducció: Iteracions, recurrències, diferències finites, etc.
- El llenguatge de programació Python. Llibreries numpy, sympy i matplotlib.

**Competències relacionades:**

GM-CE3. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.

**Dedicació:** 17h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 13h 30m

### Aritmèrica finita i precisió

**Descripció:**

- Representació binària de nombres en coma flotant. L'estàndard IEEE-754 de l'aritmètica de coma flotant.
- Errors en les operacions numèriques. Propagació dels errors. Anàlisi progressiu i regressiu de propagació d'errors.
- Estabilitat i inestabilitat numèriques. Exemples. Condicionament d'algorismes numèrics.

**Competències relacionades:**

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

**Dedicació:** 20h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 3h

Aprenentatge autònom: 12h



### Sistemes d'equacions lineals. Mètodes directes

**Descripció:**

- Conceptes bàsics. Tipologia de matrius. Ortogonalitat. Normes vectorials i matricials, i equivalència.
- Eliminació gaussiana. Pivotatges parcial i total, factoritzacions LU, Cholesky, Doolittle i Crout.
- Factorització QR. Ortogonalització de Gram-Schmidt i variants estables. Projectors ortogonals de Givens i Householder.
- Sistemes sobre-determinats i aproximacions per mínims quadrats.
- Nombre de condició d'una matriu i errors en la solució de sistemes lineals. Refinament iteratiu.
- Matrius banda, matrius per blocs i disperses. Factorització LU de matrius banda i disperses, i fill-in. Factorització LU incompleta, criteris. Us com a preconditionadors.
- Factorització de matrius particionades. Subestructuració i complement de Schur.

**Competències relacionades:**

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

**Dedicació:** 57h 30m

Grup gran/Teoria: 15h

Grup petit/Laboratori: 8h

Aprenentatge autònom: 34h 30m

### Sistemes d'equacions lineals. Mètodes iteratius

**Descripció:**

- Mètodes estacionaris clàssics: Jacobi, Gauss-Seidel, sobre relaxació (SOR).
- Mètodes per a matrius simètriques. Gradient i gradient conjugat.
- Preconditionadors.

**Competències relacionades:**

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

**Dedicació:** 35h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup petit/Laboratori: 9h

Aprenentatge autònom: 18h

### Càlcul de valors propis i descomposició en valors singulars, DVS

**Descripció:**

- Mètode de la potència i derivats: Potència inversa, desplaçada i inversa desplaçada.
- Mètode de Jacobi. Reducció a forma tridiagonal de matrius simètriques.
- Iteracions basades en factoritzacions QR. Reducció a forma Hessenberg.
- Descomposició en valors singulars, SVD.
- Aplicacions.

**Competències relacionades:**

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

**Dedicació:** 57h 30m

Grup gran/Teoria: 15h

Grup petit/Laboratori: 8h

Aprenentatge autònom: 34h 30m

## SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

---

L'assignatura s'avalua mitjançant exàmens (E) i un conjunt de pràctiques que s'hauran de lliurar dins un termini especificat (AC). La nota de l'assignatura serà la mitjana ponderada

$$NF = 0.8E + 0.2AC$$

on la nota E es calcula a partir de la les notes dels exàmens parcials (EP), final (EF) com

$$E = \max(0.3 EP + 0.7 EF, EF)$$

A la convocatòria extraordinària E és el mínim entre 7 i la nota de l'examen extraordinari.

Tot i que, pel que fa a la nota de pràctiques (AC) només s'avaluaran les pràctiques lliurades, és convenient fer tots els exercicis proposats, ja que algunes preguntes dels exàmens poden estar basades en ells o requerir desenvolupaments tècnics similars.

Donat que una part dels exàmens consistirà en l'aplicació dels codis desenvolupats a les classes de pràctiques, el exàmens es realitzaran a les aules de PCs.

## BIBLIOGRAFIA

---

### Bàsica:

- Allaire, Grégoire; Trabelsi, Karim; Kaber, Sidi Mahmoud. Numerical linear algebra [en línia]. New York: Springer, cop. 2008 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-68918-0>. ISBN 9780387341590.
- Aubanell, Anton; Benseny, Antoni; Delshams, Amadeu. Útiles básicos de cálculo numérico. Barcelona: Labor, 1993. ISBN 8433551566.
- Björck, A. Numerical methods in matrix computations [en línia]. Cham: Springer, 2015 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-319-05089-8>. ISBN 3319050893.
- Bonet, Carles. Càlcul numèric [en línia]. Barcelona: Edicions UPC, 1994 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://upcommons.upc.edu/handle/2099.3/36356>. ISBN 8476533764.
- Golub, Gene H; Van Loan, Charles F. Matrix computations. 4th ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2013. ISBN 9781421407944.
- Grau Sánchez, Miquel; Noguera Batlle, Miquel. Càlcul numèric. Barcelona: Edicions UPC, 1993. ISBN 8476532563.
- Saad, Y. Iterative methods for sparse linear systems. 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, cop. 2003. ISBN 0898715342.
- Saad, Y. Numerical methods for large eigenvalue problems [en línia]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, 2011 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://www-users.cse.umn.edu/~saad/books.html>.
- Stoer, Josef; Bulirsch, Roland. Introduction to numerical analysis. 3rd ed. New York [etc.]: Springer, cop. 2002. ISBN 9781441930064.
- Wilkinson, J. H. The Algebraic eigenvalue problem. Oxford: Clarendon Press, cop. 1965. ISBN 0198534183.

### Complementària:

- Demmel, James W. Applied numerical linear algebra. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, cop. 1997. ISBN 0898713897.
- Goldberg, D.. "What every computer scientist should know about floating-point arithmetic". ACM Computing Surveys [en línia]. Vol. 23, Num. 1, 1991 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://dl-acm-org.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/abs/10.1145/103162.103163>.
- Higham, Nicholas J. Accuracy and stability of numerical algorithms. 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, cop. 2002. ISBN 0898715210.
- Kincaid, David; Cheney, E. W. Análisis numérico: las matemáticas del cálculo científico. Argentina [etc.]: Addison-Wesley Iberoamericana, cop. 1994. ISBN 0201601303.
- Press, William H. Numerical recipes in C : the art of scientific computing. 1st publ. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, cop. 1988. ISBN 052135465X.
- Quarteroni, Alfio; Saleri, Fausto; Gervasio, Paola. Scientific computing with MATLAB and Octave [en línia]. 3rd ed. Heidelberg [etc.]: Springer, 2010 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-642-12430-3>. ISBN 9783642124297.
- Trefethen, Lloyd N; Bau, David. Numerical linear algebra. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997. ISBN 9780898713619.