

## Guia docent 200153 - CN - Càlcul Numèric

Última modificació: 19/04/2022

**Unitat responsable:** Facultat de Matemàtiques i Estadística  
**Unitat que imparteix:** 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.  
748 - FIS - Departament de Física.

**Titulació:** GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

**Curs:** 2022      **Crèdits ECTS:** 7.5      **Idiomes:** Català

### PROFESSORAT

---

**Professorat responsable:** JUAN RAMON PACHA ANDUJAR

**Altres:** Primer quadrimestre:  
JUAN RAMON PACHA ANDUJAR - M-A, M-B  
JUAN JOSE SANCHEZ UMBRIA - M-B

### CAPACITATS PRÈVIES

---

Àlgebra lineal numèrica  
Programació  
Càlcul diferencial i integral

### COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

---

#### Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

#### Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstroure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

#### Transversals:

4. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

## METODOLOGIES DOCENTS

L'assignatura consta de classes de teoria (3h per setmana), on es farà l'exposició i discussió dels diferents continguts, les quals es complementaran amb sessions de problemes, així com amb sessions de pràctiques a les aules informàtiques, on els estudiants podran desenvolupar els treballs que, com part de la seva avaluació, hauran de presentar al llarg del curs (2h setmanals).

## OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'assignatura pretén, primer, donar a l'estudiant una visió global dels mètodes numèrics «clàssics» sobre aproximació, integració numèrica, càlcul de zeros de funcions i sistemes no lineals, a més d'introduir els mètodes numèrics de resolució de les equacions diferencials; tot fent èmfasi en les possibilitats que ens ofereixen per resoldre problemes difícilment tractables únicament amb l'Àlgebra i el Càlcul Diferencial. Tanmateix, cal ser ben conscients que aquests mètodes proporcionen aproximacions, no pas resultats exactes. Per tant, un segon objectiu és donar a l'estudiant tècniques que el permetin analitzar els resultats obtinguts i acotar els errors que inevitablement es produeixen quan es fan servir aquestes eines.

Des d'un punt de vista pràctic, mitjançant les sessions de problemes i els treballs, es persegueix, d'una banda, que els estudiants assimilïn els resultats exposats a les classes de teoria i, d'altra, que assoleixin un cert grau d'eficiència en el plantejament i en la resolució de problemes, així com iniciativa i suficient competència tècnica a l'hora d'implementar els mètodes estudiats en forma de programes (en C/C++ o Matlab, per exemple).

## HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00

**Dedicació total:** 187.5 h

## CONTINGUTS

### Aproximació

#### Descripció:

§ Introducció. Problema general de l'aproximació funcional. Tipus i criteris d'aproximació. § Interpolació. Polinomis interpoladors de Lagrange i de Newton. Fenòmen de Runge. § Aproximació per mínims quadrats. Equacions normals. Interpretació geomètrica. Ortogonalització de Householder i Gram-Schmidt. Cas d'aproximació polinomial: polinomis ortogonals. Exemples de famílies de polinomis ortogonals. § Aproximació de Fourier. § Aproximació per splines.

#### Dedicació: 43h

Grup gran/Teoria: 12h

Grup petit/Laboratori: 8h

Aprenentatge autònom: 23h



### Integració numèrica

**Descripció:**

§ Introducció. § Fórmules de Newton-Cotes (integració interpolatòria). Mètodes dels trapezidis i de Simpson. Error en les fórmules d'integració interpolatòria. § Regles compostes. Fórmules dels trapezidis i de Simpson compostes. Errors. § Fórmula d'Euler-Maclaurin. § Integració gaussiana. Error en les fórmules gaussianes d'integració. Exemples de fórmules gaussianes.

**Dedicació:** 39h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup petit/Laboratori: 7h

Aprenentatge autònom: 22h

### Resolució d'equacions no lineals

**Descripció:**

§ Introducció, motivació i exemples. Plantejament dels mètodes iteratius. § Mètodes d'iteració simple, bisecció, secant i Newton. Criteris de convergència, ordre i eficiència. Acceleració de la convergència. § Aplicacions. Moviment del problema de dos cossos: equació de Kepler. Problema Restringit Circular dels Tres Cossos. Punts colineals d'equilibri: quàntiques d'Euler.

**Dedicació:** 38h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 22h

### Resolució de sistemes no lineals

**Descripció:**

§ Introducció, motivació i exemples. Problemes no lineals a la Física i a l'Enginyeria. § Mètode de Newton i derivats. Criteris de convergència. § Aplicacions. Continuació numèrica de corbes donades implícitament.

**Dedicació:** 29h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 3h

Aprenentatge autònom: 22h

### Introducció a la resolució numèrica d'equacions diferencials ordinàries

**Descripció:**

§ Introducció. § Mètode d'Euler. § Mètodes de Taylor. § Mètodes de Runge-Kutta. § Control del pas. § Aplicacions. Integració bàsica de solucions, determinació d'òrbites periòdiques i retrats de fase d'alguns models clàssics dins els sistemes dinàmics (oscil·lador de Van der Pol, pèndol simple, equacions tipus Lotka-Volterra, sistemes depredador-presa, etc).

**Dedicació:** 38h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 23h

## SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

---

Al llarg del curs es proposaran un treballs pràctics la presentació dels quals, dins del termini establert, serà obligatòria per a accedir a l'avaluació.

Així, la nota de l'assignatura, N, s'obté a partir de les qualificacions obtingudes en les tres proves següents:

- Una prova d'avaluació continuada, AC, consistent en un examen de pràctiques.
- Un examen parcial, P, a meitat del quadrimestre.
- L'examen final, F.

d'acord amb la fórmula,

$$N = 0.2 AC + 0.8 \max(F, 0.2P+0.8F) .$$

## NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

---

## BIBLIOGRAFIA

---

### Bàsica:

- Grau, M.; Noguera, M. Càlcul numèric. Edicions UPC, 1993.
- Bonet, C., et al. Càlcul numèric [en línia]. Edicions UPC, 1994 [Consulta: 25/06/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36356>.
- Stoer, J.; Bulirsch, R. Introduction to numerical analysis. 3rd ed. Springer-Verlag, 2002.
- Aubanell, A.; Benseny, A.; Delshams, A. Eines bàsiques de càlcul numèric. Universitat Autònoma de Barcelona, 1991.

### Complementària:

- Ortega, J. M.; Poole, W. G. An introduction to numerical methods for differential equations. Pitman Pub. Inc., 1981.
- Quarteroni, A.; Saleri, F. Scientific computing with MATLAB and Octave [en línia]. 3rd ed. Heidelberg: Springer, 2010 [Consulta: 18/11/2020]. Disponible a: <http://dx.doi.org/10.1007/3-540-32613-8>.
- Mathews, J. H.; Fink, K. D. Métodos Numéricos con MATLAB. 3rd ed. Prentice Hall, 2000.
- Press, W.H. et al. Numerical recipes: the art of scientific computing. Cambridge University Press, 1986.
- Isaacson, E.; Keller, H. B. Analysis of numerical methods. Dover, 1994.
- Henrici, P. Elementos de análisis numérico. Trillas, 1972.