



## Guia docent

# 200171 - MMF - Models Matemàtics de la Física

Última modificació: 01/06/2023

**Unitat responsable:** Facultat de Matemàtiques i Estadística

**Unitat que imparteix:** 748 - FIS - Departament de Física.

**Titulació:** GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

**Curs:** 2023

**Crèdits ECTS:** 7.5

**Idiomes:** Català, Castellà

### PROFESSORAT

---

**Professorat responsable:** CARLES BATLLE ARNAU

**Altres:** Segon quadrimestre:  
CARLES BATLLE ARNAU - M-A  
NARCISO ROMAN ROY - M-A

### CAPACITATS PRÈVIES

---

L'assignatura "Models Matemàtics de la Física" és la segona de continguts generals de física i la primera del bloc de matèria "Modelització" del Grau de Matemàtiques de la FME. Aquesta assignatura ha de partir dels coneixements de l'assignatura de Física del Q4 i ampliar-los amb les formulacions teòriques pròpies de la física matemàtica clàssica, emprant les eines matemàtiques, bàsicament de càlcul multivariàble, que l'estudiant ja coneix en aquest punt. L'assignatura ha de servir també de base per poder discutir sistemes reals tant a "Models matemàtics de la tecnologia" com a diverses assignatures de les matèries optatives "Sistemes dinàmics i anàlisi" i "Mètodes numèrics i enginyeria".

### COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

---

#### Específiques:

- CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.
- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

#### Genèriques:

5. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
6. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
7. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
8. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
9. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
10. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
11. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
12. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
13. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

#### Transversals:

14. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
15. SOSTENIBILITAT I COMPROMÍS SOCIAL: Conèixer i comprendre la complexitat dels fenòmens econòmics i socials típics de la societat del benestar; capacitat per relacionar el benestar amb la globalització i la sostenibilitat; habilitat per usar de forma equilibrada i compatible la tècnica, la tecnologia, l'economia i la sostenibilitat.
17. ÚS SOLVENT DELS RECURSOS D'INFORMACIÓ: Gestionar l'adquisició, l'estructuració, l'anàlisi i la visualització de dades i informació de l'àmbit d'especialitat i valorar de forma crítica els resultats d'aquesta gestió.
18. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

## METODOLOGIES DOCENTS

---

El curs ha estat dissenyat per a ocupar un total de 65 hores lectives (13 setmanes), distribuïdes en 39 hores en sessions de teoria i 26 hores de sessions pràctiques (problemes). Tant en les classes teòriques com, sobretot, en les pràctiques, es tractarà de fer participar a l'alumnat del desenvolupament de les mateixes, convidant als estudiants a resoldre els problemes proposats i, fins i tot, a desenvolupar algun apartat teòric.

A les classes de problemes, a part dels exercicis proposats per a ser discutits en classe, es proposaran altres als alumnes perquè els desenvolupen pel seu compte. Una part d'aquests problemes seran obligatoris, i la resta es podran lliurar voluntàriament. Aquests exercicis serien discutits en les hores de tutoria o, excepcionalment, a classe.

Un altre dels hàbits que es pretén inculcar als estudiants en aquesta assignatura és acostumar a l'ús de bibliografia en anglès.

Les classes es faran indistintament en català i castellà.

## OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu central és la familiarització amb les idees bàsiques de tres camps de la física clàssica i amb les de la mecànica quàntica, i de les seves formulacions matemàtiques. L'estudiant obtindrà les eines conceptuals per endinsar-se de manera autònoma en aquests camps i per interactuar amb físics i enginyers.

Els objectius més detallats són:

- Entendre la formulació Lagrangiana i Hamiltoniana de la mecànica.
- Utilitzar el càlcul de variacions per familiaritzar-se amb els principis variacionals de la mecànica, i la seva connexió amb les simetries i les lleis de conservació via el teorema de Noether.
- Aplicar les formulacions Lagrangiana i Hamiltoniana a problemes mecànics complexos.
- Establir els fonaments de la formulació minkowskiana de la Relativitat Especial i descriure les transformacions de Lorentz i de Poincaré.
- Entendre la invariància Lorentz de les equacions de Maxwell.
- Aplicar les equacions de la relativitat especial per a problemes cinemàtics senzills.
- Entendre la formulació bàsica de la dinàmica relativista i la seva aplicació a problemes senzills de col·lisions.
- Entendre la formulació de les diverses lleis de conservació de la mecànica de fluids, en forma diferencial i integral.
- Descriure les equacions d'Euler i de Navier-Stokes i el seu domini d'aplicació.
- Entendre el desenvolupament històric de la mecànica quàntica.
- Descriure els postulats bàsics de la mecànica quàntica i les diferències fonamentals amb la mecànica clàssica.
- Aplicar la mecànica quàntica a resoldre problemes senzills, tant amb un nombre finit de graus de llibertat com amb un nombre infinit, especialment en una dimensió d'espai.

## HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00

**Dedicació total:** 187.5 h

## CONTINGUTS

### Mecànica clàssica

#### Descripció:

- 1) Fonaments de la mecànica. Sistemes dinàmics. Principis fonamentals. Principi d'invariància de Galileu. Sistemes dinàmics: espais de configuracions i d'estats. Lligams. Coordenades i velocitats generalitzades.
- 2) Càlcul de variacions. Tres problemes bàsics del càlcul de variacions. Principi variacional de Hamilton. Equacions d' Euler-Lagrange. Algunes aplicacions.
- 3) Formalisme lagrangiana. Sistemes lagrangians. Lagrangianes mecàniques i sistemes conservatius. Constants del moviment, simetries i teorema de Noether.
- 4) Formalisme hamiltoniana. Transformació de Legendre. Moments generalitzats. Funció hamiltoniana i equacions de Hamilton. Principi variacional de Hamilton-Jacobi. Sistemes hamiltonians. Parèntesi de Poisson. Constants del moviment i lleis de conservació.

**Dedicació:** 16h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h



### Relativitat especial

**Descripció:**

- 1) Fonaments de la relativitat especial. Mecànica clàssica pre-relativista i equacions de Maxwell. Postulats de la relativitat especial. Espai-temps i mètrica de Minkowski .
- 2) Cinemàtica i dinàmica relativistes i electromagnetisme. Transformacions de Lorentz i Poincaré. Cinemàtica relativista: dilatació del temps, contracció de longituds i adició de velocitats. Dinàmica relativista: quadrimoment. Forma covariant de les equacions de Maxwell: quadripotencials i tensor electromagnètic. Idees sobre Relativitat General.

**Dedicació:** 15h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

### Les equacions de la mecànica de fluids

**Descripció:**

- 1) La descripció matemàtica de la mecànica de fluids. Coordenades Lagrangianes i Eulerianes. Derivada material. Teorema del transport. Equació de continuïtat. Fluids incompressibles. Deformació local del fluid.
- 2) Les equacions de la mecànica de fluids. Balanç de la quantitat de moviment. Fluids Newtonians. Equacions de Navier-Stokes. Balanç de l'energia mecànica. Primer principi de la termodinàmica. Teorema de Bernoulli. Balanç d'entropia.
- 3) Nombre de Reynolds. Flux irrotacional.

**Dedicació:** 10h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

### Mecànica quàntica

**Descripció:**

- 1) Introducció històrica i conceptual. Breu viatge per la física teòrica. Els fonaments experimentals de la física quàntica.
- 2) Mecànica quàntica I: la funció d'ona. Regles de la mecànica quàntica en una dimensió d'espai. L'equació de Schrödinger independent del temps. Principi d'incertesa de Heisenberg. Experiment de Stern-Gerlach. Espín. L'oscil·lador harmònic.
- 3) Mecànica quàntica II: postulats formals. Notació de Dirac. Relació de completesa. Estats purs. Observables. Resultats de mesures. Reducció de l'estat. Evolució temporal. Transformacions unitàries.

**Dedicació:** 24h

Grup gran/Teoria: 15h

Grup mitjà/Pràctiques: 9h

## SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

En acabar les dues primeres parts de l'assignatura es realitzarà un primer examen parcial que, en principi, seria eliminatori i tindria un pes del 45% en la nota final de l'assignatura.

En finalitzar el curs, l'alumne podrà triar entre realitzar un segon examen parcial sobre les dues parts restants, amb un pes del 45% sobre la nota final, o realitzar un examen final sobre la totalitat del temari, el valor del qual seria, en aquest cas, el 90% de la nota final.

El 10% restant s'obtindrà de la qualificació dels problemes que els alumnes hagin lliurat durant el curs.

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos



## BIBLIOGRAFIA

---

### Bàsica:

- Carroll, Sean M. Spacetime and geometry : an introduction to general relativity. San Francisco: Addison Wesley, cop. 2004. ISBN 0805387323.
- Kundu, Pijush K; Cohen, Ira M; Dowling, David R. Fluid mechanics [en línia]. 5th ed. Amsterdam: Elsevier, cop. 2012 [Consulta: 01/06/2022]. Disponible a: <https://www-sciencedirect-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/9780123821003/fluid-mechanics>. ISBN 0123821010.
- José, Jorge V; Saletan, Eugene J. Classical dynamics : a contemporary approach. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. ISBN 0521636361.
- Galindo, Alberto; Pascual, Pedro. Quantum mechanics I. Springer-Verlag, 1990. ISBN 9783642838569.

### Complementària:

- Goldstein, Herbert; Safko, Joh; Poole, Charles P. Classical mechanics. 3rd ed. San Francisco: Addison-Wesley, cop. 2002. ISBN 0201657023.
- Garrido Beltrán, Lluís; Pons Ràfols, Josep Maria. Mecànica quàntica. 2a ed. Barcelona: Universitat de Barcelona, 2007. ISBN 9788447532353.
- Feynman, Richard P; Leighton, Robert B; Sands, Matthew L. The Feynman lectures on physics [en línia]. New millennium ed. New York: Basic Books, cop. 2010 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: [https://www.feynmanlectures.caltech.edu/I\\_toc.html](https://www.feynmanlectures.caltech.edu/I_toc.html). ISBN 9780465024940.
- Woodhouse, N. M. J. Special relativity. Berlin: Springer-Verlag, cop. 2003. ISBN 9781852334260.
- Jackson, John David. Classical electrodynamics. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, cop. 1999. ISBN 047143132X.

## RECURSOS

---

### Enllaç web:

- Aaronson, S.. Recurs

### Altres recursos:

- Aaronson, S. : Introduction to quantum information science, curs a la UT (Austin), 2017. Els materials del curs es poden trobar aquí: <https://www.scottaaronson.com/cs378/> />
- 2) Materials addicionals que es posaran a ATENEA.