

Guia docent

200202 - TOPA - Topologia Algebraica

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: JOSEP ALVAREZ MONTANER
Altres: Segon quadrimestre:
JOSEP ALVAREZ MONTANER - A

CAPACITATS PRÈVIES

- * Aquelles adquirides en el curs de l'assignatura de Topologia.
- * Aquelles adquirides en el curs de l'assignatura de Geometria afí i euclidiana.
- * Aquelles adquirides en el curs de l'assignatura de d'Estructures algebraiques.
- * Les habilitats d'ús i programació adquirides amb el divers programari de càlcul simbòlic i numèric i de representació gràfica estudiat a diverses assignatures seran útils.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

La meitat de les hores de classe es dedicaran a la presentació per part del professor dels continguts teòrics de l'assignatura. L'altra meitat es dedicarà a la discussió i resolució de problemes relacionats amb aquests continguts, per part del professor i de l'estudiantat, així com a la presentació de tasques de desenvolupament específiques escollides i desenvolupades per l'estudiantat dins de l'oferta feta per la professora i de comú acord amb aquesta.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

- * Conèixer les teories homològiques més simples (homologia simplicial i singular) i saber-les calcular en un ventall ampli d'espais topològics.
- * Conèixer diverses aplicacions geomètriques de l'homologia singular.
- * Conèixer el concepte de varietat topològica de dimensió finita general i en relació a aquesta considerar l'homologia local, i la noció d'orientació, i establir-hi el teorema de la dimensió.
- * Conèixer el grup fonamental com a a eina essencial per a estudiar els espais topològics, comprenent-ne la seva relació amb el primer grup d'homologia.
- * Conèixer el càlcul del grup fonamental per a un ventall ampli d'espais topològics i versions.
- * Comprendre la interrelació entre diferents àrees de la matemàtica i, en particular, mitjançant exemples concrets que es poden resoldre problemes topològics utilitzant eines algebraiques i recíprocament.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup petit	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

Preliminars Algebraics

Descripció:

Algorisme de classificació dels grups abelians finitament generats.
Complexos de grups abelians.
Homologia d'un complex.
Homotopia entre morfismes de complexos.
Successió exacta llarga d'homologia.
Successió exacta llarga d'homologia.

Dedicació: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h
Aprenentatge autònom: 6h



Homologia Simplicial

Descripció:

Políedres i espais triangulables.
Homologia simplicial d'un espai triangulable.
Interpretació de H_0 .

Dedicació: 14h

Grup gran/Teoria: 4h
Grup mitjà/Pràctiques: 4h
Aprenentatge autònom: 6h

Homologia Singular

Descripció:

Complex de cadenes singulars i homologia singular d'un espai topològic.
Homotopia d'aplicacions contínues.
Invariància homotòpica.
Teorema de les cadenes petites.
Successió de Mayer-Vietoris.
Homologia de les esferes.

Dedicació: 41h

Grup gran/Teoria: 10h
Grup mitjà/Pràctiques: 9h
Aprenentatge autònom: 22h

Varietats topològiques

Descripció:

Homologia local.
Invariància de la dimensió.
Orientació.

Dedicació: 17h

Grup gran/Teoria: 5h
Grup mitjà/Pràctiques: 4h
Aprenentatge autònom: 8h

Grup fonamental i espais recobridors

Descripció:

Grup fonamental d'un espai topològic.
Invariància homotòpica.
El teorema de Seifert-Van Kampen.
Teorema de Hurewicz.
Espai recobridor d'un espai topològic.
Grup fonamental d'un espai recobridor.
Recobridor universal i problema de la classificació.

Dedicació: 40h 40m

Grup gran/Teoria: 10h
Grup mitjà/Pràctiques: 9h
Aprenentatge autònom: 21h 40m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'avaluació de l'assignatura es basarà en la feina desenvolupada per l'estudiantat a la classe de Problemes més la realització d'algun treball durant el curs (avaluació continuada, fins a un 60% de la nota global) i la superació d'una prova final, que consistirà en un examen o la realització d'un treball més elaborat. L'alumna/e que ho desitgi podrà decidir prescindir de l'avaluació continuada i realitzar únicament un examen final.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Massey, William S. A Basic course in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, cop. 1991. ISBN 038797430X.
- Navarro, V.; Pascual, P. Topologia algebraica. Barcelona: Edicions Universitat de Barcelona, 1999. ISBN 8483381230.
- Vick, James W. Homology theory : an introduction to algebraic topology. 2nd ed. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1994. ISBN 0387941266.
- Kosniowski, Czes. Topología algebraica. Barcelona: Reverté, cop. 1986. ISBN 8429150986.
- Bott, R.; Tu, L. Differential forms in algebraic topology. ISBN 978144197400.

Complementària:

- Munkres, James R. Elements of algebraic topology. The Benjamin/Cummings Publishing Company, 1984. ISBN 0201045869.
- Hatcher, Allen. Algebraic topology. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 2002. ISBN 0521795400.
- Maunder, Charles Richard Francis. Algebraic topology. Mineola, New York: Dover, 1996. ISBN 0486691314.
- Bredon, Glen E. Topology and geometry. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1993. ISBN 0387979263.
- Castellet, Manuel. Introducció a la topologia algebraica. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Servei de Publicacions, 1994. ISBN 8449002060.
- Brown, Ronald. Topology and groupoids. Deganwy: [s.n.], 2006. ISBN 1419627228.
- Sato, Hajime. Algebraic topology : an intuitive approach. Providence: American Mathematical Society, 1999. ISBN 0821810464.
- Dieck, Tammo Tom. Algebraic topology [en línia]. Zürich: European Mathematical Society Publ. House, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://web-s-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=d11bb5e6-67c1-4762-94ab-a5cc53cb95ee%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9783037190487.
- Fomenko, A.T.; Fuchs, Dmitry. Homotopical topology [en línia]. 2nd ed. Cham: Springer, 2016 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=5595981>. ISBN 9783319234878.