



# Guia docent

## 200211 - AF - Anàlisi Funcional

Última modificació: 22/06/2025

**Unitat responsable:** Facultat de Matemàtiques i Estadística  
**Unitat que imparteix:** 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.  
**Titulació:** GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).  
**Curs:** 2025      **Crèdits ECTS:** 6.0      **Idiomes:** Català

### PROFESSORAT

---

**Professorat responsable:** XAVIER CABRE VILAGUT  
**Altres:** Segon quadrimestre:  
XAVIER CABRE VILAGUT - A  
GERARD CODINA BARÓ - A

### REQUISITS

---

Anàlisi real.  
Equacions diferencials (EDO i EDP).  
Topologia.  
Àlgebra.

### COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

---

#### Específiques:

8. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.
9. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
10. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
11. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
12. CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.

#### Genèriques:

3. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.
4. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
5. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
6. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
13. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
14. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.

#### Transversals:

1. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.
2. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.

## METODOLOGIES DOCENTS

**Teoria:** les classes consistiran en exposicions per part del professor de les definicions, els enunciats, les demostracions i els exemples. Es farà èmfasi a explicar la relació entre conceptes i objectes aparentment diferents per a l'estudiant.

**Problemes:** resolució de problemes d'una col·lecció proposada prèviament a l'alumne. Resolució d'alguns problemes pels mateixos alumnes.

Entre els objectius de l'assignatura, tindrà més pes la resolució de problemes i la capacitat de relacionar-los amb altres àrees de les matemàtiques que la simple adquisició de coneixements teòrics.

## OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

El primer objectiu és que un estudiant compregui els resultats bàsics de l'anàlisi funcional: espais de Banach i de Hilbert, operadors lineals i fitats, teorema de la projecció i conseqüències, dualitat, espectre i operadors compactes.

Però, també es pretén que l'estudiant pugui utilitzar aquestes eines per a la resolució d'EDP. Així, s'introdueixen els conceptes d'espais de Sobolev i solucions febles. L'objectiu principal és que un estudiant pugui plantejar-se, davant un problema donat, quin tipus de solucions pot tenir aquest problema i quines eines pot utilitzar per demostrar la seva existència, unicitat i regularitat.

## HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores grup petit	30,0	20.00

**Dedicació total:** 150 h

## CONTINGUTS

### Espais de Banach

#### Descripció:

- Espais de Banach
- Exemples
- Operadors lineals i norma
- Resultats bàsics sobre operadors lineals i fitats (aplicació oberta, gràfica tancada, acotació uniforme)

#### Dedicació: 30h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 18h

### Espais de Hilbert

**Descripció:**

- Producte escalar
- Teorema de la projecció
- Teoremes de representació: Riesz-Frechet, Lax-Milgram
- Adjunts en espais de Hilbert
- Bases ortonormals

**Dedicació:** 45h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup petit/Laboratori: 9h

Aprenentatge autònom: 27h

### Aplicacions

**Descripció:**

- Motivació; problemes de contorn en dimensió 1
- Espais de Sobolev
- Solucions febles/fortes en dimensió 1
- Problemes d'existència/unicitat i regularitat

**Dedicació:** 45h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup petit/Laboratori: 9h

Aprenentatge autònom: 27h

### Operadors compactes

**Descripció:**

- Propietats
- Espectre
- Alternativa de Fredholm
- Operadors compactes i autoadjunts

**Dedicació:** 30h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 18h

## SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Els alumnes faran un examen parcial, que suposarà un 30% de la nota, i un examen final amb un 50%; el 20% restant s'avalua a partir de les entregues i exposicions de problemes realitzats durant el curs. La nota final serà el màxim de la nota de l'examen final i la nota ponderada calculada com indicat a la frase anterior.



## BIBLIOGRAFIA

---

### Bàsica:

- Brézis, H. (Haim). Análisis funcional : teoría y aplicaciones. Madrid: Alianza, 1984. ISBN 8420680885.
- Lax, Peter D. Functional Analysis [en línia]. New York: Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], 2002 [Consulta: 02/09/2025]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pg-origsite=primo&docID=4037058>. ISBN 0471556041.

### Complementària:

- Salsa, Sandro. Partial differential equations in action. From modelling to theory [en línia]. Second edition. [Consulta: 02/09/2025]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pg-origsite=primo&docID=3062992>. ISBN 8847007518.
- Salsa, Sandro; Verzini, Gianmaria. Partial differential equations in action. Complements and exercises [en línia]. Cham: Springer International Publishing, 2015 [Consulta: 02/09/2025]. Disponible a : <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-319-15416-9>. ISBN 331915415X.
- Rakotoson, Jean-Emile; Rakotoson, Jean-Michel. Analyse fonctionnelle appliquée aux équations aux dérivées partielles. 1999. ISBN 1130498388.
- Dieudonné, Jean. History of functional analysis [en línia]. Amsterdam: North-Holland, 1983 [Consulta: 02/09/2025]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pg-origsite=primo&docID=404429>. ISBN 0444861483.